

# CPRF-SZERKEZET ÁGYAZÁSI- ÉS RUGÓ-MEREVSÉGEINEK MEGHATÁROZÁSA KLASZTERANALÍZIS SEGÍTSÉGÉVEL



<https://doi.org/10.32969/VB.2020.4.2>

**Kanizsár Szilárd**

*A cölöpökkel kombinált alaplemezek számítása speciális geotechnikai végeelem-szoftverrel, térbeli modellezéssel és fejlett talaj-anyagmodellek használatával végezhető, ugyanakkor az alapozás a felszerkezet tervezésekor rendszerint megjelenik a szerkezettervező szoftver modelljében is. A szerkezettervezéshez kifejlesztett végeelem-szoftverek legkevésbé fejlett része a talajok modellezésére szolgáló eszköztár. Szükség van olyan módszerre, amellyel meghatározhatók a szerkezettervező szoftver talajmodellezéshez használt input-paraméterei annak érdekében, hogy a geotechnikai szoftverrel számított, a valóságos talajviselkedést leginkább megközelítő eredményeket a szerkezettervező szoftver is produkálni tudja. A talpfeszültség-eloszlás csak elegendően nagyszámú ágyazási merevség megadásával vezethet helyes eredményre a feszültségek lemezperemeken és lokális terhelések alatt jelentkező csúcserkéi miatt. A cikkben ismertetett módszer a klaszteranalízis alkalmazásával lehetőséget nyújt arra, hogy szerkezettervező szoftverben gyakran felületesen kezelt altalaj-modellezést lényegesen és innovatív módon javítsuk, az adatbeviteli munka mennyiségét pedig számottevően csökkentsük.*

**Kulcsszavak:** CPRF, ágyazási merevség, cölöprugó-merevség, klaszteranalízis, végeelemes-modellezés

## 1. PROBLÉMAFELVETÉS

Budapesten jelenleg kivitelezés alatt áll a jövőben várható toronyházépítések úttörő projektjének számító, 143 m magasúra tervezett MOL-Campus irodaház (Hudacsek, Kanizsár, Koch, Szepesházi, Szilvágyi, Wolf, 2020). A tervezett program indokot adott a toronyházak alapozására irányuló kutatásoknak. Az alkalmazható alapozási rendszerek feltárása alapján rámutattam, hogy a toronyház-szerkezetek alapozását cölöpökkel kombinált lemezalappal célszerű kialakítani (Kanizsár, 2017).

A nemzetközi szakirodalomban CPRF-ként (*combined pile raft foundation*) emlegetett alapozási rendszer kedvező, ámde komplex, erőjátéka a konvencionális mérnöki számításokkal nehezen követhető. Méretezésükre vonatkozó szabványok nem állnak rendelkezésre, legfeljebb általános útmutatásokkal szolgáló tervezési irányelvek léteznek (pl. Katzenbach és Choudhury, 2013). Számításuk ezen útmutatóban rögzített elvek szerint végrehajtott végeelemes-modellezéssel lehetséges, amihez szorosan igazodó talajvizsgálati program is tartozik. A teherbírás-igazolás részét képezi az egyes terhelési szinteken kialakuló deformációk meghatározása is, amihez nélkülözhetetlenek a fejlett anyagmodellekkel dolgozó speciális geotechnikai FEM-szoftverek.

A szerkezettervezési gyakorlat érthető módon a felszerkezeti modell részeként tekint a CPRF-szerkezetre. Alapvető problémát jelent azonban, hogy a szerkezettervező szoftverek altalaj-modellezése a geotechnikai szoftverekéhez képest eltérő elvi alapokon nyugszik. A lemezágyazási- és cölöprugó-merevségekkel modellezett kombinált alapozási szerkezet elmozdulásai és igénybevételei csak akkor tudják kis eltéréssel megközelíteni a realisztikus talajmodellekkel dolgozó geotechnikai szoftverek eredményeit, ha ezen input-paraméterek megválasztásával szimulálni tudjuk a geotechnikai modell talpfeszültség-eloszlását (Bak, Koch, Palotás, Szepesházi, 2010). Mivel ez nem konstans, hanem pontról-pontra – hol kisebb, hol nagyobb mértékben – változik, a szerkezettervező szoftver ágyazási- és rugómerevségeit is ezekhez igazodóan, eltérő értékekkel kellene megadni. Ez jelentős mennyiségű adatbevitelt jelent már egy közepes méretű alaplemez esetében, ami a gyakorlat számára megterhelő. Az ágyazási- és rugómerevség értékek különféle közelítő számításokkal és egyszerűsített feltételezésekkel történő becslése, valamint azoknak a talpfeszültség-eloszlás változékonyságához képest túlzottan csekély száma miatt a szerkezettervező szoftverrel kapott számítási eredmények sok esetben jelentősen eltérnek a geotechnikai szoftverrel számított eredményektől (Kanizsár, 2020).

A cikkben ezen eljárásokhoz képest korszerűbb eszközökkel elérhető, pontosabb módszert mutatok be. Nemzetközi szinten zajlanak hasonló célú szoftverfejlesztések, de ezek tudományos igényességgel nincsenek publikálva. Az alapfogalmak hasonlóságán túl azonban az itt bemutatott módszer további újszerűsége a matematikai statisztikából ismert, de az építőmérnöki gyakorlatban kevésbé alkalmazott klaszteranalízis alkalmazása, mely lehetőséget nyújt az ágyazási merevségek adatszámának erőteljes csökkentésére.

## 2. A KLASZTERANALÍZIS ISMERTETÉSE

### 2.1 A klaszteranalízis alapelve

Az adatredukciós statisztikai módszerek lényege az, hogy egy adatmárixon olyan méretcsökkentést hajtunk végre, ami után a redukált adatmennyiségből levont statisztikai következtetések érvényesek maradnak az eredeti statisztikai sokaságra is. Számos ilyen eljárás mellett (pl. faktoranalízis, diszkriminancia-analízis) a klaszteranalízis is ebbe a csoportba tartozik.

A klaszteranalízis azoknak a dimenziócsökkentő eljárásoknak a gyűjtőneve, amelyek segítségével adathalmazok elemeit tudjuk bizonyos tulajdonságok alapján csoportokba, klaszterekbe rendezni. A klaszteranalízis, röviden klaszterezés alapvető jellemzői a kohézió, illetve a szeparáció. A kohézió az egyes klasztereken belüli adathomogenitást fejezi ki: minél kisebb a klaszterelemek eltérése egymástól, illetve a klaszterátlagtól, a kohézió annál erősebb. Analóg módon, minél nagyobb az egyes klaszterek közötti eltérés, vagyis minél jobban elkülönülnek a klaszterezési szempontok alapján kialakított csoportok egymástól, a szeparáció annál nagyobb. A két elv együttes érvényesülése stabil klaszterstruktúrát eredményez, ezáltal a sokkal kevesebb adat bizonyos matematikai és statisztikai jellemzői megegyeznek az eredetileg nagy méretű adathalmazra vonatkozó azonos jellemzőkkel. A klaszterezés előnye éppen abban rejlik, hogy úgy tudunk sokkal kevesebb adattal dolgozni (ezáltal időt, munkát és számítási kapacitást megtakarítani), hogy a kisebb adathalmaz statisztikai jellemzői reprezentálják az eredetileg nagyméretű adatállományt.

### 2.2 A klaszteranalízis módszerei

Számos klaszterezési eljárás létezik, melyeket két fő csoportba lehet sorolni: hierarchikus és nem hierarchikus algoritmusok. A hierarchikus klaszterezésben az új klasztereket az előzőleg kialakított klaszterek összevonásával (agglomeratív) vagy felosztásával (divizív) kapjuk. A másik algoritmus egyetlen lépésben alakítja ki az összes klasztert. Mivel az utóbbi klaszterezési eljárás előnyösebben alkalmazható a kiugró értékekre való kisebb érzékenysége, valamint a nagyobb sebessége miatt, ezért ezt választottam. A nem hierarchikus klaszterezési módszerek közül pedig a leginkább elterjedt centroid alapú, úgynevezett K-közép (*K-means*) eljárás alkalmazását tartottam célszerűnek, amit a jól kihasználható előnyei (pl. nagyméretű adatmárixhoz megfelelő, egyszerű, gyors) és a jelen feladat szempontjából kevésbé hangsúlyos hátrányai (pl. beépített metrika, előre megadott klaszterszám) indokoltak. A K-közép klaszteranalízis ismertetése előtt szükséges rögzíteni, hogy a klasztereken belüli, illetve klaszterek közötti távolság mérésére az általános Minkowski-metrika használatos:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ és } Y = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in R^n$$

$$D(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

ahol  $p \geq 1$  : a Minkowski-konstans ( $p = 2$  esetén kapjuk az Euklideszi-távolságot).

### 2.3 A klaszterszerkezet kialakítása K-közép módszerrel

A K-közép klaszterezési eljárás matematikai megfogalmazása a következő:

Adott egy  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  adathalmaz, amelyben minden egyes változó egy  $d$ -elemű vektor. A K-közép klaszterezés célja az  $n$  db adattömböt  $k$  ( $k \leq n$ ) db klaszterből álló  $C = (C_1, C_2, \dots, C_k)$  adatscsoportba besorolni úgy, hogy a klasztereken belüli elemek átlagtól való eltéréseinek négyzetösszege minimális legyen. A minimalizálandó célfüggvény:

$$\min \sum_{i=1}^k \sum_{x \in C_i} \|x - \mu_i\|^2 = \sum_{i=1}^k |C_i| \text{Var } C_i$$

ahol  $\mu_i$  a  $C_i$  elemeinek átlagértéke.

Az egyszerű algoritmus a kezdőlépés utáni további két lépés alternáló ismétlődéséből áll, a folyamat pedig addig tart, amíg az elemek már nem váltanak klasztert:

- Felveszünk  $k$  db kezdő klaszter középpontot:  $m_1^{(t)}, \dots, m_k^{(t)}$ .
- Minden elemet a hozzá Euklideszi-távolság alapján legközelebb lévő klaszter-középpontnak megfelelő klaszterbe sorolunk:

$$C_i^{(t)} = \{x_p : \|x_p - m_i^{(t)}\|^2 \leq \|x_p - m_j^{(t)}\|^2 \forall j, 1 \leq j \leq k\},$$

Minden  $x_p$  egyetlen klaszterbe kerül besorolásra, még akkor is, ha két vagy több másikba is kerülhetne.  $(t)$  az algoritmus aktuális lépésszáma.

- Újra számoljuk a klaszter középpontokat:

$$m_i^{(t+1)} = \frac{1}{|C_i^{(t)}|} \sum_{x_j \in C_i^{(t)}} x_j$$

### 2.4 Klaszterszerkezet validitásának mérése és a célszerű klaszterszám meghatározása

A klaszterek célszerű számát előzetesen végzett hierarchikus klaszterezéssel is meg lehet állapítani, én azonban egy klasztervaliditási indexet választottam erre a célra, az úgynevezett sziluettt-együtthatót (sziluettt-index néven is emlegetik). Számos ehhez hasonló mérőszám létezik, amelyekkel a klaszterezés „jószágát”, azaz a klaszterstruktúra erősségét, ezáltal az alkalmazott klaszterszám helyességét meg lehet ítélni (*Szűle, 2019*). A sziluettt-együttható használata mellett érvként az szolgál, hogy ez – szemben más klasztervaliditási indexekkel – nem hierarchikus klaszterezési eljárás esetében is használható, a kohéziót és a szeparációt egyszerű módon méri, és algebrai kifejezés eredményeként, nem pedig grafikus úton (mint pl. a klaszterkönyök-mutatósám) határozható meg. Az alábbiak szerint számítható:

Jelölje  $a(i)$  az  $x_i$  elem saját,  $C_i$  klaszteren belüli átlagos távolságát más elemektől:

$$a(i) = \frac{\sum_{j: x_j \in C_i, j \neq i} d(x_i - x_j)}{|C_i| - 1}$$

$\bar{C}$  jelentse a  $C_i$  klaszteren kívüli klaszterek halmazát, melynek elemeit  $K$ -val jelöljük.

$\forall K \in \bar{C}$  klaszterre

$$d(x_i, K) = \frac{\sum_{j: x_j \in K} d(x_i - x_j)}{|K|}$$

, vagyis meg kell határozni az adott  $x_i$  elem más klaszterek összes  $x_j \in K \in \bar{C}$  elemétől vett átlagos távolságát, majd ezek közül a minimumot, melyet jelölje  $b(i)$ :

$$b(i) = \min_{K \in \bar{C}} d(x_i, K)$$

Az  $s(i)$  sziluett-értékek ezekkel a következő módon definiálhatók (Rousseeuw, 1987):

$$s(i) = \frac{b(i) - a(i)}{\max\{a(i), b(i)\}}$$

Azt a  $K^* \in \bar{C}$  klasztert, amelyre a  $d(x_i, K^*)$  távolságnál már csak a minimumot jelentő  $b(i)$  kisebb,  $x_i$  szomszédjának, vagyis a második legjobb klaszternek nevezzük, amelybe  $x_i$  kerülhetett volna.

A klaszterezés után a klaszterek elemeire  $s(i)$  értékei számíthatók. Az értékek  $[-1, 1]$  intervallumban mozognak, és az alábbi következtetések vonhatók le:

- ha  $s(i) < 0$ , akkor  $x_i$  vélhetően rossz klaszterbe került, közelebb esik  $K^*$ -hoz, mint  $C_i$ -hez;
- ha  $s(i) \approx 0$ , de  $s(i) > 0$ , akkor  $x_i$  a  $K^*$  és  $C_i$  klaszterek között helyezkedik el;
- ha  $s(i) \approx 1$ , akkor  $x_i$  a megfelelő klaszterbe került.

A klaszterezést minősítő  $SC$  (*silhouette coefficient*) sziluett-együttható a sziluett-értékek átlaga:

$$SC = \frac{\sum_{i: x_i \in C} s(i)}{|C|}$$

, ahol  $|C| = |C_i \cup \bar{C}| = k$ . Ennek alapján

- ha  $SC \in [0.71, 1]$ , akkor a klaszterszerkezet erős,
- ha  $SC \in [0.51, 0.7]$ , akkor a klaszterszerkezet megfelelő,
- ha  $SC \in [0.26, 0.5]$ , akkor a klaszterszerkezet gyenge,
- ha  $SC \leq 0.25$ , akkor nem beszélhetünk valódi klaszterszerkezetéről.

## 3. AZ ÚJ SZÁMÍTÁSI MÓDSZER ÁTTEKINTÉSE

### 3.1 A módszer alapelve

A CPRF-szerkezetre vonatkozó eredményeket a Plaxis 3D-ben számolt teljes épületmodellből nyerem, ezeket referencia-értékeknek tekintem. Egy másik FEM-szimulációban ugyanazon építmény szerkezet-tervező szoftverrel létrehozott modelljének ágyazási- és rugómerevségeit egy több lépésből álló javítási (approximációs) folyamat során úgy kalibrálom, hogy a CPRF-szerkezetre kapott süllyedések a referencia-értékekkel megegyezzenek, illetve azokat egy előzetesen elfogadott és rögzített hibaértéken belül közelítsék. A szerkezet-tervező szoftverrel elsődleges cél a Plaxis 3D-ben kapott süllyedéskép előírt pontosságú előállítás. (Süllyedéskép alatt általánosságban az alaplemez és talaj közös síkjának az

összetartozó, egymással egy alakváltozási rendszert alkotó eltolódások és elfordulások által meghatározott deformációs alakját értem. A fogalmat az 5. fejezetben még tovább pontosítom.)

Ez a Plaxis 3D süllyedésértékeiből – mint a szerkezet-tervező modellre közvetett módon előírt kinematikai teherből – számítható ágyazási- és rugómerevségek alkalmazásával érhető el. Ezek a Plaxis 3D modellből közvetlenül, csomópontként számolható mennyiségek, mint input-paraméterek jellemzően nagy adathalmazt alkotnak, melynek mérete azonban javítási lépésként klaszteranalízis alkalmazásával jelentősen csökkenthető. Következésképp a két modell azonos globális és lokális szerkezeti merevsége, valamint egyező külső terhei esetén ugyanazon elmozdulások egyforma igénybevételeket eredményeznek. Mindezek alapján a módszer lényege tömören úgy foglалható össze, hogy a keresett CPRF-input paraméterek a szerkezet-tervező modell Plaxis 3D referencia-modellhez való kinematikai hangolása útján meghatározhatók, és ez a klaszteranalízis által redukált input-adathalmaz a gyakorlati számítások során kezelhető méretű.

## 3.2 Az alkalmazásra vonatkozó alapfeltevések és követelmények

### 3.2.1 Geometria

A geotechnikai, illetve a szerkezet-tervező szoftverekkel létrehozott FEM-modellek talajon álló, felszerkezeti részei geometriai értelemben azonosak. Az azonosság az alkalmazott rúd- és felületelemekből álló teljes felszerkezeti modellre értendő. Ha a felszerkezet bizonyos részeit rúd- és felületelemek helyett térfogatelemekkel modellezik, akkor a megkövetelt geometriai azonosság a rúdtengelyekre és középsíkokra vonatkozik. A végelem hálózatok teljes geometriai egyezősége nem feltétel.

### 3.2.2 Végelemek

A két modell által használt elemek típusainak egyezősége nem, de csomópontjaik szabadságfokainak azonossága feltétel. A lemezszerkezetek elemeire vonatkozóan a Mindlin-féle nyírási deformációkat is figyelembe vevő elméletet tekintem érvényesnek. Plaxis 3D-ben alkalmazhatók térfogatelemek is, a feltételeknek megfelelő látszólagos, ún. „dummy” lemez és/vagy rúdelemek együttes használatával.

### 3.2.3 Terhek és hatások

A CPRF-szerkezeteket függőleges irányú terhelésekre vizsgálom. Nem foglalkozom a vízszintes irányú hatások és ágyazások kérdésével, illetve a lemez síkjára merőleges irányú nyomatékvektorral azok alárendelt jelentősége miatt. Ágyazási merevségen ezért innentől kezdve a függőleges ágyazási merevséget értem, a cölöprugók elfordulási merevsége pedig csak a lemez síkjába eső (vízszintes) tengelyek körüli elfordulásokhoz tartozó merevséget jelenti.

A teheresetekből képzett, SLS-, illetve ULS-határállapotok vizsgálatához tartozó teherkombinációk mindegyike elméletileg egy-egy külön analízist igényel, hiszen teherkombinációnként eltérő talpfeszültség-eloszlások és süllyedések keletkeznek. A tervezési gyakorlatban szerkezet-tervezési oldalról és geotechnikai szempontból is mérlegelendő, melyek a külön vizsgálatot igénylő, jellemző, illetve kritikus

teherkombinációk. A süllyedésszámítás az SLS határállapot-vizsgálatok részét képezi, amit kvázi-állandó teherkombináció alapján kell végezni. Ez ad leginkább jellemző értékeket egy szerkezet valóságban mérhető elmozdulásait illetően, így vizsgálati alapkombinációnak ezt tekintem. A módszer természetesen más teherkombinációkra változatlan formában alkalmazható.

### 3.2.4 Mechanikai és szilárdságtani alapfeltevések

A felszerkezeti modellek anyagmodelljei azonosak. Ez akár betonra, akár acélra nézve lineárisan rugalmas anyagmodellt jelent. Feltételezzük, hogy a két modellből nyert azonos süllyedések esetén a felszerkezeti modellek tényleges erő- és elmozdulásrendszerei azonosak, hiszen a kinematikailag lehetséges, egymással azonos elmozdulásrendszereket az egyező anyagegyenletek csak egymással azonos, statikailag lehetséges erőrendszerekkel kapcsolhatják össze (Kaliszky, 1990).

### 3.2.5 Alapozási szerkezet

A geotechnikai szoftverben a CPRF-szerkezet cölöpjei a talajba ágyazott, térfogatelemekkel vagy a cölöpmodellezésre kifejlesztett speciális rúdelemekkel modellezett szerkezetek (*embedded beam*), melyekben normálerők és hajlítónyomatékok működhetnek. A cölöpök a lemezhez nyomatékbíró módon csatlakoznak. A CPRF-szerkezet erőjátéka a szerkezettervező szoftverben lineáris, függőlegesen összenyomódó, illetve egymásra merőleges tengelyek körül elforduló spirálrugókkal modellezhető. Ezekkel a rugókkal a cölöpfejek csomópontjaiban keletkező és lemezre ható normálerőket és nyomatékokat szimulálom. Függőleges cölöpéreként a cölöpökben működő, változó nagyságú normálerő cölöpfejnél érvényes értékét tekintem, mivel közvetlenül ez az erő okoz igénybevételt a lemezen.

### 3.2.6 Talaj

A geotechnikai szoftver anyagmodelljeinek feltevésein túl egyéb kiegészítéseket nem szükséges tenni. A modellezett talajrétegződést tetszőleges számú, fajtájú és térbeli kiterjedésű talajréteg alkothatja. Az SSI (*soil structure interaction*), vagyis a talaj és szerkezet közötti kölcsönhatás szempontjából releváns sík a két különböző szoftver által modellezett talajzóna közös része. Ez a szerkezettervező szoftver alaplemez modellező felületelemei által definiált sík, mely felület-szerkezet modellezése esetén egyrészt annak középsíkját, másrészt a lemez és a talaj érintkezési felületét jelenti. Bár a cölöpök a valóságban a lemez alatti talajközegbe ágyazott szerkezetek, a szerkezettervező szoftverben a cölöpöket modellező rugók az említett síkban helyezkednek el, ahol az erőátadás a modellezés során megvalósul.

## 3.3 A módszer fő lépései

A módszer lépéssorozata a következő (egyes fogalmakat a következő fejezetben adom meg):

- referencia modell létrehozása Plaxis 3D-ben, közös, úgynevezett illesztési hálóval kialakítva,
- ekvivalens modell létrehozása a szerkezettervező szoftverben, illesztési hálóval kialakítva,
- referencia értékek meghatározása Plaxis 3D-ben,

- ágyazási- és rugómerevségek kiindulási értékeinek felvétele,
- ágyazási- és rugómerevségek klaszterezése,
- optimális klaszterszám meghatározása szilutt-együtthetők módszerével,
- szerkezettervező szoftver modelljének futtatása az optimális klaszterszámú ágyazási- és rugómerevség megadása után,
- szerkezettervező szoftver eredményeinek értékelése a referencia-süllyedések alapján,
- hibaelemzés alapján döntés a befejezésről vagy a folytatásról,
- folytatás esetén az ágyazási- és rugómerevségek javítása a relatív hibák alapján,
- javítási lépés indexének növelése 1-gyel, ismétlés a kiindulási értékek felvételétől.

## 4. A MÓDSZER ALAPELEMEINEK ISMERTETÉSE

### 4.1 A Plaxis 3D referencia-modellje

#### 4.1.1 Modellalkotási elvek

A geotechnikai feladatok térbeli végeselem-analízisére alkalmas Plaxis 3D szoftverben létre kell hozni a vizsgált szerkezet teljesértékű modelljét. A teljesértékűség esetünkben azt jelenti, hogy a talajkörnyezet és a felszerkezet modellezését a valós geometriával, terhelésekkel és realisztikus anyagmodellek alkalmazásával végezzük. Az épületet nem bontjuk részekre sem geometriai, sem erőtanai értelemben (pl. alaplemez felső síkjában történő átvágás), hanem a teljes szerkezet komplex modelljéből nyerjük ki a vizsgálni kívánt szerkezeti elem eredményeit. Az elkülönített modellezéssel szemben ennek az eljárásnak az az előnye, hogy a részekre bontás mellőzésével kiküszöbölhetjük a teherátvitel során keletkező hibákat (pl. akció- és reakcióerők kezelése kényeszerű átlagolással, kiugró értékek redukálásával, igénybevételek simításával, stb.), a talaj és az épület valós merevségével számolhatunk az analízis minden lépésében, valamint egyező felszerkezeti modellekkel jutunk el a keresett eredményekig. Így az eljárás igazodik ahhoz az alapvetéshez, melyet számosan (Lee és Brown, 1972; Brown és Yu, 1986; Zhang és Small, 1994; Poulos, 2016) megfogalmaztak: a felszerkezetből származó merevítő hatás és a relatív süllyedések közötti összefüggés alapvető jelentőségű. A gyakorlatban ez csak úgy valósítható meg, hogy a geotechnikai szoftver – hasonlóan a Plaxis 3D-hez – alkalmas a felszerkezet megfelelő modellezésére.

#### 4.1.2 A szerkezeti elemek modellezése

A Plaxis 3D szoftverben a CPRF-szerkezet modellezése lemezelemek és speciálisan cölöpmodellezésre fejlesztett, talajba ágyazott rúdelemek (*embedded beam*) kombinálásával végezhető. Emellett lehetőség van a szerkezet valódi térfogatelemekkel történő modellezésére is akár a cölöp, akár a lemez esetében. Ez bizonyos megkötések mellett a fűrt cölöpök realisztikusabb modellezését teszi lehetővé, vagy akár a szerkezeti kapcsolatok térbeli feszültségállapotának analízisére is szolgálhat. Modellezési korlátot például az építési technológia teherbírást befolyásoló hatása, vagy éppen a szerkezeti elemek nagy száma jelenthet. Az igénybevételek kinyeréséhez azonban térfogatelemek használatakor is szükséges a felületszerkezet középsíkjában definiált látszólagos, ún.

„dummy plate” lemezelemek, illetve a cölöptengelyben létrehozott „dummy beam” rúdelemek alkalmazása. A lemez és a talaj közötti interakció, illetve a relatív elmozdulás lehetősége interfész elemek alkalmazásával biztosítható.

#### 4.1.3 Szerkezeti kapcsolatok

A cölöp és alaplemez közötti szerkezeti kapcsolatot nyomatékbíróként feltételezem. Ez természetesen a vasalástól és a szerkezeti kialakítástól függ, de az általános feladatmegfogalmazás céljából a cölöpökre ható normálerők mellett a lemezről átadódó hajlítónyomatékok vizsgálatával is foglalkozom. Értelemszerűen az elfordulási cölöpmerevségek zérus értéke esetén a CPRF egy speciális esetéhez, a csak normálerőkkel terhelt cölöpök esetéhez jutunk. További speciális esetnek tekinthető a cölöpök nélküli alaplemez (*RF – raft foundation*) ágyazási merevségeinek meghatározása. A módszer azokra a kombinált alapozási szerkezetekre is használható, melyeknél a lemez és a mélyalapozási szerkezetek között nincs szerkezeti kapcsolat (*NCPRF = non-connected pile raft foundation*), sőt az alkalmazhatóság kiterjed a lemez és a cölöpök között teherközvetítő réteggel kialakított *rigid inclusion* rendszerű alapozásokra is (*Kanizsár, 2019*).

#### 4.1.4 Az illesztési háló fogalma – feszültségpontok és csomóponti süllyedések

A Plaxis 3D modell, valamint a szerkezettervező szoftver CPRF-modelljeinek csomóponti geometriáját össze kell hangolni annak érdekében, hogy az egyes csomópontok eredményei közvetlenül összehasonlíthatók legyenek, valamint a Plaxis 3D outputja közvetlen inputként legyen felhasználható a szerkezettervező szoftverben. Természetesen az azonos alaprajzokon belül nincs szükség tökéletesen azonos alaprajzi osztású végeselem hálókra, de előre definiált koordinátákkal létre kell hozni egy-egy olyan „háló a hálóban” ponthálózatot, melyek pontjainak koordinátái egymással megegyeznek, és részei egyik, illetve másik szoftver végeselem hálózatának is. Ennek részletezése előtt szükséges bevezetni a felülettartomány fogalmát, amely a szerkezettervező szoftverben több azonos tulajdonságú felületelem egyesítésével hozható létre, és speciálisan az egy elemből álló felülettartomány is értelmezhető.

Plaxis 3D-ben kétdimenziós lemezelemekkel definiált alaplemez  $m$  db csomópontból álló hálójának geometriáját  $\underline{P}$  vektorral definiáljuk, amely  $m$  db blokkra osztva blokkonként tartalmazza a csomóponti koordinátákat. Jelöljük  $A$ -val azt a halmazt, amely tartalmazza  $\underline{P}$  összes elemét. Hasonlóan a szerkezettervező szoftverben  $Q$  az  $n$  csomópont által alkotott háló vektora,  $B$  pedig az a halmaz, amely tartalmazza  $Q$  elemeit.

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix} \text{ és } A = \{ \underline{p}_i \mid i = 1 \dots m, m \in \mathbf{N} \},$$

$$\text{valamint } Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \text{ és } B = \{ \underline{q}_j \mid j = 1 \dots n, n \in \mathbf{N} \}$$

$\underline{P}$  és  $Q$  egyező koordinátájú csomópontjait tartalmazó  $\underline{H}$  vektor  $k$  db blokkját a  $C$  jelű halmaz elemeiből képezzük, melyet  $A$  és  $B$  közös részeként definiálunk:

$$C = A \cap B = \{ \underline{h}_l \mid l = 1 \dots k, k \in \mathbf{N} \} \Rightarrow$$

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_k \end{bmatrix}, m > k < n.$$

A  $\underline{H}$  vektor elemei által kifeszített, másodlagos finitizálás útján kialakított hálót a továbbiakban illesztési hálónak nevezem, megkülönböztetve az egyik, illetve másik szoftver tényleges végeselem hálójától. Az illesztési háló csomóponti koordinátáinak meghatározásakor figyelemmel kell lenni arra, hogy a szerkezettervező szoftverben egy felülettartomány átlagos ágyazási merevségének értékét annak alaprajzi súlypontjában lehet megadni. A csomóponti feszültség és süllyedés értékeiből számítható ágyazási merevséget a Plaxis 3D azonos koordinátájú pontjának eredményeiből lehet csak kinyerni. Ezért minden olyan pontban, ahol a szerkezettervező szoftverben felülettartományra vonatkozó ágyazási merevséget kívánunk megadni, rendelkezünk kell Plaxis 3D csomóponttal is. Az illesztési háló csomópontjainak egymástól való távolsága, azaz a hálósűrűség megválasztása szubjektív döntés eredménye, de a végeselem háló geometriájának általános kialakítási elveihez hasonlóan természetesen bizonyos szempontokat figyelembe kell venni. Így például a CPRF-szerkezet alaprajzi kiterjedését, a lemezvastagságot, az egyedi cölöpök távolságát, a cölöp csoportokon belüli cölöptengely távolságokat, a pillérek és falak pozícióit. Általános megállapítás, hogy az illesztési háló sűrűségének növelése pontosabb illesztést tesz lehetővé a két szoftver alakváltozási és igénybevételi eredményei között, különösen az erőteljesebben változó függvényértékek környezetében.

## 4.2 A szerkezettervező szoftver modellje

### 4.2.1 A ponthálózat geometriai illesztése, felületi tartományok

A lemez modellezése felületelemekkel történik, melyek Winkler-típusú rugalmas ágyazású talajoldali megtámasztást kapnak. A finitizált tartományt azonos tulajdonságú végeselemek összevonásával képzett felülettartományokra célszerű felosztani. A felületi tartományok geometriájának meghatározásakor szem előtt kell tartani azt, hogy az összevont felületelemeknek azonosak az ágyazási merevségei. Ezt az átlagos értéket a felülettartomány súlyponti csomópontjában lehet megadni, mely érvényes a tartomány minden egyes felületi elemére.

A szerkezettervező szoftver által is használt illesztési háló természetesen kell, hogy tartalmazza azokat a csomópontokat is, amelyek koordinátái azonosak a Plaxis 3D szoftverben definiált cölöpök alaplemezzel közös csatlakozási pontjaival.  $\underline{H}$  vektor két külön blokkra bontható. Az egyik blokkot jelölje  $\underline{H}_L$ , ez a  $k_L$  db felülettartományi súlyponttal azonos számú csomópontot tartalmaz. A felülettartományokra vonatkozó átlagos ágyazási merevségek megadása a  $\underline{H}_L$  vektor által tartalmazott csomópontokban lehetséges. A másik blokk  $\underline{H}_C$ , ez a rugókkal modellezett cölöpök  $k_C$  db csomópontjának koordinátáit foglalja magában:

$$\underline{H} = \begin{bmatrix} \underline{H}_L \\ \underline{H}_C \end{bmatrix} \text{ és } k = k_L + k_C, \text{ ahol}$$

- $k$  a  $\underline{H}$  vektor blokkjainak, vagyis az illesztési háló csomópontjainak száma;

- $k_L$  az alaplemez felülettartományainak száma;
- $k_C$  a cölöpök száma.

Szükséges definiálni  $\underline{X}$  és  $\underline{Y}$  koordináta-vektorokat, melyek a  $\underline{H}$  vektor csomópontjainak  $x$ , illetve  $y$  koordinátáit tartalmazzák. Minkettő felbontható két blokkra a lemez-, illetve a cölöp-csomópontok alapján:

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} \underline{X}_L \\ \underline{X}_C \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \underline{Y} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_L \\ \underline{Y}_C \end{bmatrix}$$

Természetesen nem elvárható, hogy – különösen nagy alaprajzi kiterjedésű lemezek esetén – több száz, vagy akár több ezer pontban egyenként definiáljuk az ágyazási merevségeket a Plaxis 3D eredményei alapján. Az ágyazási merevségek megfelelő módon lecsökkentett darabszámának megállapítása ezért a módszer egyik kulcsfontosságú lépése. Az ismertetés későbbi szakaszában részletesen írok arról, hogy miként lehet matematikai eszközökkel megválasztani a különböző értékű ágyazási merevségek  $k_{opt} \ll k$  optimális darabszámát annak szem előtt tartásával, hogy a szerkezettervező szoftverrel kapott süllyedéskép lényegileg egyezzen a Plaxis 3D süllyedéskép fogalmát ezek után annyival kell kiegészíteni, hogy azt az illesztési háló pontjainak halmazán értelmezzük.

#### 4.2.2 CPRF-modellezése függőleges terhelésre

Ágyazási merevségekkel modellező szoftverekben a függőlegesen terhelt CPRF-szerkezetek támaszviszonyai általános esetben négyféle input paraméterrel jellemezhetők: a lemez-alap  $K_z$  ágyazási merevségével, a cölöpök  $R_z$  eltolódási rugómerevségével és a cölöpfejek  $R_{xx}$ , illetve  $R_{yy}$  elfordulási rugómerevségeivel. Utóbbi két elfordulási merevséget a tervezési gyakorlat sok esetben figyelmen kívül hagyja, egyszerűsítve ezzel a feladatot, pedig ez elvi hibát jelent. A Mindlin-féle lemezelmélet szerinti  $\underline{u}$  elmozdulások ugyanis a függőleges eltolódásfüggvény mellett a belőle közvetlenül le nem származtatható elfordulásfüggvényekkel együtt írhatók le (Bojtár és Gáspár, 1992).

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} w(x, y) \\ \varphi_x(x, y) \\ \varphi_y(x, y) \end{bmatrix}$$

A cölöp-lemez csatlakozási pontokban a lemezelfordulások a cölöpfejek elfordulásaival összetartozóan értelmezendők, melyek a cölöpök hajlítási merevségeitől, hosszaitól, illetve a talajtól, mint ágyazó közegetől függenek. Utóbbiak határozzák meg az elfordulási merevséget, ami például egy nagy átmérőjű cölöpből álló cölöp-csoport esetén jelentős hatással bír akár egy vastag alaplemez elfordulásaira is.

#### 4.2.3 Ágyazási- és rugómerevségek

A végeelem módszer a szilárdságtanból ismert elmozdulás módszert használva közvetlen eredményként csomóponti elmozdulásokat szolgáltat. Az  $\underline{s}$  vektor tartalmazza a  $\underline{H}$  vektor csomópontjainak süllyedéseit. A későbbi mennyiségek definiálhatósága érdekében  $\underline{s}$ -et  $\underline{H}$ -hoz hasonlóan két blokkra bontjuk a felülettartományok, valamint a cölöp-ugrók csomópontjainak megkülönböztetése érdekében:

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \underline{s}_L \\ \underline{s}_C \end{bmatrix}$$

Az ágyazási- és rugómerevség definíciói szerint azok erő jellegű mennyiségek egységnyi elmozdulás jellegű mennyiségekre jutó hányadosai:

$$\underline{K}_{z,i} = \frac{\underline{\sigma}_{z,i}}{\underline{s}_{L,i}}; \underline{R}_{z,j} = \frac{\underline{F}_{z,j}}{\underline{s}_{C,j}}; \underline{R}_{xx,j} = \frac{\underline{M}_{x,j}}{\underline{\varphi}_{xx,j}}; \underline{R}_{yy,j} = \frac{\underline{M}_{y,j}}{\underline{\varphi}_{yy,j}}$$

, ahol

- $\underline{K}_{z,i}$  az ágyazási merevségek vektorjának  $i$ -edik eleme;
- $\underline{\sigma}_{z,i}$  a függőleges hatékony talajfeszültség vektor  $i$ -edik eleme;
- $\underline{s}_{L,i}$  a lemez-süllyedés vektorblokk  $i$ -edik eleme;
- $\underline{R}_{z,j}$  a függőleges rugómerevség vektorjának  $j$ -edik eleme;
- $\underline{F}_{z,j}$  a függőleges cölöperő vektor  $j$ -edik eleme;
- $\underline{s}_{C,j}$  a cölöp-süllyedés vektorblokk  $j$ -edik eleme;
- $\underline{R}_{xx,j}$  és  $\underline{R}_{yy,j}$  a cölöpfej elfordulás rugómerevség vektorjainak  $j$ -edik elemei;
- $\underline{M}_{x,j}$  és  $\underline{M}_{y,j}$  a cölöpfej elfordulást okozó nyomaték vektorok  $j$ -edik elemei;
- $\underline{\varphi}_{xx,i}$  és  $\underline{\varphi}_{yy,i}$  a cölöpfej elfordulás vektorok  $j$ -edik elemei;
- $i = 1 \dots k_L$  és  $j = 1 \dots k_C$ .

A módszer lépéseinek részletes leírását tartalmazó 5. pontban megtalálható, hogy az egyes vektorok elemeit javítási lépésenként mely modelleredményekből kell képezni.

### 4.3 A referencia-értékek definiálása

A Plaxis 3D-ben a referencia-modellen elvégzett számítással az illesztési háló pontjaira kapott eredményeit referencia-értékeknek tekintem. Ezek közül elsődleges referencia-értékek azok, amelyek alapján a szerkezettervező szoftver modelljének süllyedésképét a referencia-modelléhez hangolom, illetve amelyek alapján az ágyazási- és rugómerevségeket javítási lépésenként korrigálom. Másodlagos referencia-értékeként azokat értelmeztem, melyekre nincs közvetlenül szükség a korrekciós folyamat minden egyes lépésében, jellemzően hiba indikátorként, illetve rögzített küszöbértékként használhatók.

Elsődleges referencia-értékek:

- $\underline{s}_{ref}$  a süllyedések
- $\underline{M}_{x,ref}$  és  $\underline{M}_{y,ref}$  a cölöpfej elfordulását okozó nyomatékok

Másodlagos referencia-értékek:

- $\underline{\sigma}_{z,ref}$  a függőleges hatékony talajfeszültségek
- $\underline{F}_{z,ref}$  a függőleges cölöperő
- $\underline{m}_{x,ref}$  és  $\underline{m}_{y,ref}$  lemezyomatékok
- $\underline{N}_{pillér,ref}$  az alaplemezről induló pillérek normálerői
- $\underline{M}_{x,pillér,ref}$  és  $\underline{M}_{y,pillér,ref}$  az alaplemezről induló pillérek nyomatékai

### 4.4 A klaszteranalízis gyakorlati megvalósítása

#### 4.4.1 Az alkalmazás célja

Nagy alaprajzi kiterjedésű CPRF-szerkezetek illesztési hálójára túl sok csomópontot tartalmaz ahhoz, hogy azokat külön, egyesével kezelve végezzük a szerkezettervező szoftver modelljének hangolását. Példaként: egy 100x50 m alaprajzi méretű CPRF lemezének illesztési hálójára 2x2 méteres

osztásközzel 1300-nál is több pontot tartalmaz, amihez 8x8 méteres pillérszál esetén a pillérek alatti cölöpök/cölöp csoportok száma hozzávetőlegesen 1400 darabra bővíti az adathalmazt. Belátható, hogy ennyi pontban külön ágyazási- és rugómerevség-értéket meghatározni nagyon munka- és időigényes, ezt ráadásul többször kell elvégezni. A módszer modellhangolási (javítási) folyamatában az említett munkamennyiség jelentős csökkentésére a 2. pontban általánosságban ismertetett klaszteranalízis szolgál. Cél ennek alkalmazásával egy olyan  $k_{opt} \ll k$  klaszterszámú, erős ( $SC \approx 0,7$ ) klaszterszerkezetű ágyazási eloszlás kialakítása, ami jelentős adatszőkítés ellenére is meg tudja közelíteni előírt pontossággal a Plaxis 3D-ben kapott süllyedési görpát. Az ilyen klaszterszerkezet kialakítására alkalmas legkisebb klaszterszámot optimális klaszterszámnak nevezem, mely alkalmazása esetén a javítási lépések hibakonvergenciája elfogadható sebességű, jellemzően néhány lépés után a közelítés hibája aszimptotikusan tart kifejezetten a nullához és nem egy attól eltérő hibaküszöbhez. A klaszterezés alkalmazható a cölöpök rugómerevségeire is, de azok felületelemekhez képest általában jóval kisebb száma miatt a módszer haszna elsősorban az ágyazási merevségeknél érzékelhető:

$$k_{opt,L} \ll k_L; \quad k_{opt,C} \leq k_C; \quad k_{opt} \ll k$$

$$\text{és } |\underline{s}_{ref,i} - \underline{s}_i| \rightarrow 0, \quad i = 1 \dots k, \quad \text{ahol}$$

- $k_{opt,L}$  az ágyazási klaszterek optimális száma;
- $k_{opt,C}$  a cölöpugó klaszterek optimális száma;
- $k_{opt} = k_{opt,L} + k_{opt,C}$  az ágyazási klaszterek és cölöpugó klaszterek együttes optimális száma.

#### 4.4.2 A klaszterezés végrehajtásának bemutatása

A kezdeti adatbázis mérete az illesztési háló  $H_L$  blokkjának csomópontszámával ( $k_L$ ) egyezik meg, hiszen ennyi egyedi ágyazási merevség számítható a felületi tartományokra a csomópontok feszültség és süllyedés értékeiből. Az analízist három változó mentén hajtjuk végre: minden pontban a kezdeti ágyazási értéken kívül egy az illesztési háléhoz rendelt lokális koordináta-rendszerben értelmezett  $x$  és  $y$  koordináta is változóként szerepel. A klaszterstruktúra kialakításakor nem kizárólag az ágyazási merevségek értéke lényeges, de a pontok alaprajzi helyzete is fontos, hiszen egy-egy pont ágyazási merevsége a közvetlen környezetével összhangban nyer értelmet. Példaként a lemezsarkoknál lévő feszültségcsúcsot leíró klaszterekbe nem szerencsés, ha bekerülnek hasonló értékű, de a jelenségtől alaprajzilag távol eső, tehát független pontok ágyazási értékei, amelyek torzíthatják az amúgy ezen a helyen igen érzékeny, hirtelen változó feszültségfüggvény közelítését.

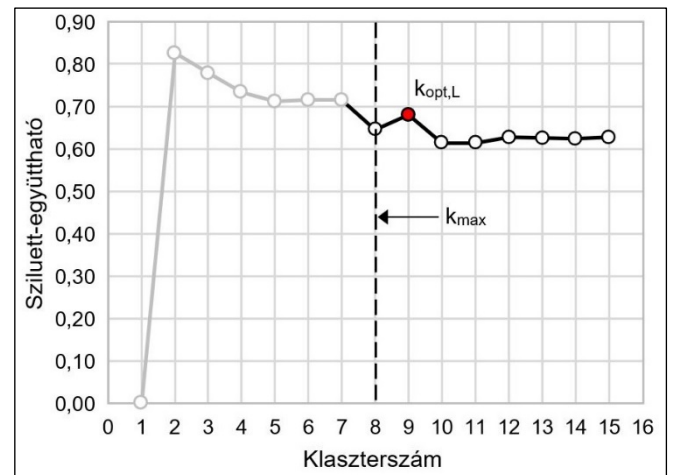
$\underline{K}_L$  vektor tartalmazza az illesztési háló csomópontjaiban, a Plaxis 3D-vel számolt függőleges talajfeszültségek és süllyedések hányadosait, míg  $\underline{X}_L$  a csomópontok  $x$ -,  $\underline{Y}_L$  pedig a csomópontok  $y$ -koordinátáinak vektorjai. Bár a három változó dimenziója nem egyezik, és ilyenkor klaszterezés előtt standardizálásra van szükség, esetünkben ettől eltekinthetünk. Mivel a háromból két változó alaprajzi értelemben egy koordinátpárt alkot, a harmadik változó, azaz az ágyazási merevség az adott pont harmadik,  $z$ -koordinátájaként értelmezhető, így minden pontban egy-egy térbeli vektorral rendelkezünk. Az egyes pontok közötti térbeli Euklideszi-távolságok számolhatók.

A klaszterezést az említett három változó ( $K_{z_i}, x_i, y_i$ ) szerint, különböző klaszterszámok esetére el kell végezni, melyek közül a sziluett-együtthatók segítségével kiválasztjuk a  $k_{opt,L}$  optimális klaszterszámot. Ökölszabályként alkalmazható a

$$k_{max} = \sqrt{n/2}$$

képlet, amely egy  $n$ -elemű adathalmaz esetén megadja a várható maximális klaszterszámot (Kovács, 2014). Az általam elvégzett klaszterezések tapasztalatai alapján a képlet jelentését úgy módosítom, hogy ez adja meg azt a számot, amelynek környékén várhatóan megtalálható a  $k_{opt,L}$  optimális klaszterszám. A képletből számítható értéknél valamelyest nagyobb, de akár néhány klaszterrel kevesebb is lehet optimális. Célszerű tehát a képletből számítható értéktől egy választott  $\Delta k$ -val lefelé és felfelé is a klaszterezéseket elvégezni.  $\Delta k$  értékére (jellemzően 1-2) nincs egzakt formula, minthogy maga a  $\sqrt{n/2}$  kifejezés sem az. Ha a sziluett-együtthatók értékelésekor egyértelműen látszik, hogy  $\Delta k$  értékét kicsire választottuk, akkor a vizsgálati tartomány szélessége növelhető.

Miután  $\sqrt{n/2} \pm \Delta k$  klaszterszámokra elvégeztük a klaszterezést, minden klaszterszámra meg kell határozni a sziluett-együtthatókat, melyek a klaszterszámok függvényében ábrázolhatók. Miután a sziluett-együttható értéke a klaszterszerkezet erősségét jellemzi, a görbén  $k_{max}$  értékhez közeli lokális maximum környezetét kell vizsgálni. Az 1. sz. ábra egy ilyen görbét ábrázol. Látható, hogy a sziluett-együttható értéke  $k = 2$ -nél éri el a maximumát, de ezt az értéket csak a magyarázat és a teljesség kedvéért tüntettem fel, gyakorlati szempontból érdektelen. Egy alaplemeztervezési feladatban (és ez általában a nagy elemszámú statisztikai feladatokra hasonlóan érvényes) ugyanis 2 klaszter bizonyosan nem elegendő az ágyazási értékek eloszlásának leírására még akkor sem, ha a sziluett-együttható értéke egyébként abszolút értelemben magas.

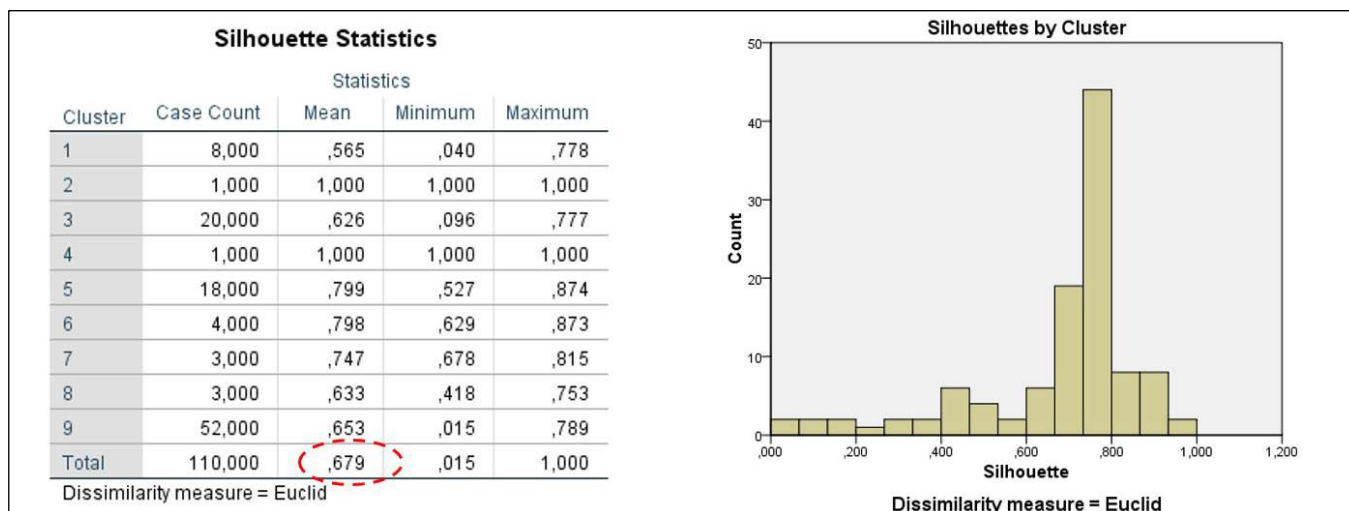


1. ábra Sziluett-együtthatók a klaszterszámok függvényében

A görbét a kezdeti,  $k = 2$ -nél felvett abszolút maximuma utáni lecsengő szakaszát követően az  $\sqrt{n/2}$  klaszterszám környékén célszerű vizsgálni,  $k_{opt,L}$  értéke a görbe ezen szakaszán várható. A példaként bemutatott, sziluett-együtthatókat ábrázoló 1. sz. ábrán a 9 klaszterszámhoz jelölt pont esetén látható, hogy  $SC$  értéke közelítőleg 0.7, ami erős klaszterszerkezetre utal. Ez olvasható le a 2. sz. ábráról is, mely a klaszterezéshez használt SPSS statisztikai szoftvercsomag eredményei közül származik.

Az ágyazási merevségek javulásának, ebből fakadóan a süllyedésértékek referencia-értékekhez történő közeledésének üteme az optimális klaszterszám esetében a legnagyobb. Ha tehát  $k_{opt,L}$  klaszterszámtól bármely irányban kis mértékkel eltérünk, akkor ez azt eredményezi, hogy a javítási lépésenként számítható hibák konvergenciasebbsége kisebb, az egyező süllyedések eléréséhez több lépésre van szükség, mint

tart. Ez azt jelenti, hogy már néhány száz pontban meghatározott ágyazási merevség esetén is az adatmegadások során legalább 90%-os munka- és időmegtakarítás realizálható. Természetesen ezt a klaszterezésre fordított idő- munkamennyiség valamelyest csökkenti, de a mérleg (különösen nagy adatbázisnál) abszolút pozitív.



2. ábra Sziluett-értékek táblázata és gyakoriság histogramja SPSS szoftverből

$k_{opt,L}$  esetében. Nagyobb eltérés esetén a javítási lépésenkénti referencia-értékekből számítható átlagos relatív hibákat nem lehet egy bizonyos szint alá csökkenteni, ami az optimálistól eltérő klaszterszerkezet alkalmazása következtében áll elő. Modellfeladatok kapcsán alábbi megfigyeléseket tettem:

- a sziluett-együttható statisztikailag optimális értéke a lemezágyazási probléma esetén nem feltétlenül esik egybe optimális klaszterszámmal, ami abból ered, hogy a lemez lokális feszültségcsúcsait egy bizonyos klaszterszámnál kevesebbel nem lehet megfelelően követni;
- azonos SC-érték mellett a nagyobb klaszterszámot érdemes választani;
- a  $\sqrt{n/2}$  értéknél kisebb klaszterszám általában kevésnek bizonyul;
- az  $SC \approx 0,7$  érték már megfelelő klaszterstruktúrát eredményez;
- egy előző javítási lépéshez képest történő klaszterszám csökkentést követően a javítási lépés átlagos hibája az előzőhöz képest általában nő, a konvergencia lassul;
- ha az SC értéke kisebb klaszterszám esetén jóval meghaladja a 0,7-et (pl. 0,8 - 0,9 körüli), de nagyobb klaszterszámok esetén is (akár alulról) közelíti azt, akkor érdemesebb a kisebb SC értékhez tartozó nagyobb klaszterszámot választani;

A  $k_{opt,L}$  meghatározása után, a klaszterezés során megtörténik a  $k_{opt,L}$  db klaszter-középpont, vagyis az ágyazási paraméterek értékeinek meghatározása és azok hozzárendelése az adathalmaz elemeihez, azaz a felülettartományokhoz. Ezt nevezzük ágyazási klaszterekbe való besorolásnak, aminek végére rendelkezésre áll minden felülettartomány középpontjára az ágyazási merevség.

Az adathalmaz méretétől függő csökkenés érhető el az ágyazási merevség típusainak számát illetően. Az  $\sqrt{n/2}$  ökölszabály miatt a klaszterezendő adathalmaz elemszámának növekedése exponenciálisan növekvő munkamegtakarítást jelent. Néhány száz elemből álló adathalmaz 3-10%-nyi klaszterrel közelíthető, ami ezres nagyságrendben az 1%-hoz

A lemezágyazásokra ismertett klaszterezési eljárás az egyes rugómerevségekre külön-külön szintén alkalmazható, ha a cölöpök darabszáma ezt indokoltá teszi. Kevés cölöp esetén a klaszterezési munka meghaladhatja a cölöpnéket eltérő értékű rugómerevségek egyesével történő megadására fordított munkát. Ez utóbbi esetben a cölöp rugómerevségeket nem érdemes klaszterezni, ez előzetes mérlegelés kérdése. A klaszterezéshez a nagy számítási igény miatt javasolt statisztikai célszoftvert használni (pl. SPSS, XLSTAT stb.), melyekkel a feladat meglehetősen egyszerűen és gyorsan végezhető.

Fontos hangsúlyozni, hogy a célszerű klaszterszám megválasztásához használt sziluett-együttható számítás nem kizárólagos, hanem alternatív eleme a módszernek. Az optimális klaszterstruktúra megválasztásához alkalmazható egyéb hasonló eljárás is, mivel igen sokféle validitásmérésre szolgáló egyéb index is létezik.

## 4.5 Paraméter-korrekció

A korrekciós folyamat javítási lépéseiben az ágyazási- és cölöpmerevségek kiindulási értékeit ezen input-paraméterekkel végzett futtatások eredményei alapján módosítjuk. Az ágyazási- és függőleges cölöprugó-merevségek javításának mértékét a kapott süllyedéseredmények referencia-süllyedésekhez viszonyított eltérései határozzák meg. Az elfordulási merevségek javítására a cölöpfej-nyomatékokat és azok referencia-értékeit használjuk, melynek itt nem részletezett modellezéstechnikai oka van. A korábban definiált vektorjelölésekkel pontosított leírás a következő:

Javítási lépésenként a szerkezettervező szoftver  $K_z$  input-paraméterével végzett számítás  $s_L$  output- értéket szolgáltat. Utóbbi  $s_{ref}$ -hez viszonyított eltéréssével  $K_z$  értékét módosítjuk. A következő lépésben a módosított  $K_z$  inputtal újabb  $s_L$  számolható, melyet  $s_{ref}$ -hez viszonyítva az eltérés újra meghatározható. Az ismétlődő folyamat eredményeként eljuthatunk  $K_z$  azon értékéig, amellyel végzett futtatásból származó



$\underline{s}_L$  eltérése  $\underline{s}_{ref}$ -től egy rögzített tolerancia-értéken belül van.

Ez az elv alkalmazható  $\underline{R}_z, \underline{R}_{xx}, \underline{R}_{yy}$  merevségek javításaira is figyelemmel arra, hogy utóbbi két mennyiség korrekcióit a cölöpugókban keletkező  $\underline{M}_{x,rugó}$  és  $\underline{M}_{y,rugó}$  nyomatékok  $\underline{M}_{x,ref}$  és  $\underline{M}_{y,ref}$  referencia-értékekhez viszonyított eltérései alapján számítjuk. A négy különböző merevségi input-paraméter javításait egyszerre, ugyanazokban a javítási lépésekben végezzük a korrekciós folyamat során.

## 5. A SZÁMÍTÁSI LÉPÉSEK RÉSZLETES BEMUTATÁSA

### 5.1 Ágyazási- és rugómerevségek kiindulási értékei

A keresett merevségek meghatározása egy rendszerint több lépésből álló korrekciós folyamat. Kezdő lépéseként előállítjuk  $\underline{K}_z^{(N)}, \underline{R}_z^{(N)}, \underline{R}_{xx}^{(N)}, \underline{R}_{yy}^{(N)}$  ágyazási- és rugómerevségi vektorokat, valamint az  $\underline{X}_L$  és  $\underline{Y}_L$  koordináta-vektorokat. Abban az esetben, ha a rugómerevségeket is klaszterezni kívánjuk, a hozzájuk tartozó  $\underline{X}_C$  és  $\underline{Y}_C$  koordináta-vektorok is szükségesek. Az első javítási lépésben a kezdeti értékek a Plaxis 3D számítás referencia-értékeiből (feszültségekből és süllyedésekből) számíthatók, a további lépésekben pedig a megelőző lépés javított merevségértékeivel azonosak:

- $N = 1$  esetén  $\underline{K}_{z,i}^{(N)} = \underline{\sigma}_{z,i} / \underline{s}_{L,i}$ ,  $\underline{R}_{z,j}^{(N)} = \underline{F}_{z,j} / \underline{s}_{C,j}$  a Plaxis 3D-modell referencia-értékeiből számolva,  $\underline{R}_{xx}^{(N)}$  és  $\underline{R}_{yy}^{(N)}$  pedig tetszőleges kezdőértékkel felvett mennyiségek;
- $N > 1$  esetén pedig a  $\underline{K}_z^{(N)} = \underline{K}_{z,jav}^{(N-1)}$ ;  $\underline{R}_z^{(N)} = \underline{R}_{z,jav}^{(N-1)}$ ;  $\underline{R}_{xx}^{(N)} = \underline{R}_{xx,jav}^{(N-1)}$ ;  $\underline{R}_{yy}^{(N)} = \underline{R}_{yy,jav}^{(N-1)}$ , ahol a zárójelben lévő  $N \geq 1$  érték a javítási lépés aktuális számát jelöli, a „jav” indexű javított merevségek pedig az 5.6. pont szerint számolandók.

Az elfordulási merevségek kezdeti értékeit tartalmazó  $\underline{R}_{xx}^{(1)}, \underline{R}_{yy}^{(1)}$  vektorokat számítással nem tudjuk előállítani, mivel cölöpfej-elfordulásra vonatkozó referencia-értékek nem állnak rendelkezésre. A merevségek azonban tetszőleges kezdőértékkel felvehetők, hiszen a javítási lépések során azokat a referencia-modell cölöpnyomatékaival való egyezéséig fogjuk korrigálni. A végeleemes szoftverek által is használt Newton-Raphson numerikus módszerhez analóg módon, ha a kezdőérték túl messze esik a célértéktől, akkor a konvergenciasebesség alacsony (szélső esetben nincs konvergencia), ezért érdemes reális tartományból indulni, pl. közelítő formulán alapuló becsléssel (Gazetas, 1984).

### 5.2 $\underline{K}_z^{(N)}, \underline{R}_z^{(N)}, \underline{R}_{xx}^{(N)}, \underline{R}_{yy}^{(N)}$

**merevségi vektorok méretcsökkentése klaszteranalízissel**

$\underline{K}_z^{(N)}, \underline{R}_z^{(N)}, \underline{R}_{xx}^{(N)}, \underline{R}_{yy}^{(N)}$  vektorok elemeire elvégezzük az előzőekben ismertetett klaszterezési eljárást. A több klaszterszerkezetre meghatározott sziluett-együtthatók alapján kiválasztjuk az optimális klaszterszámot. Az ehhez tartozó

klaszterközpontok lesznek a klaszterezett merevségeket tartalmazó vektorok elemei, melyekkel a szerkezettervező szoftver modelljének futtatását végezzük:

$$\underline{K}_z^{(N)} \rightarrow \underline{K}_{z,cl}^{(N)}, \quad \underline{R}_z^{(N)} \rightarrow \underline{R}_{z,cl}^{(N)}, \quad \underline{R}_{xx}^{(N)} \rightarrow \underline{R}_{xx,cl}^{(N)}, \\ \underline{R}_{yy}^{(N)} \rightarrow \underline{R}_{yy,cl}^{(N)}.$$

Ha kevés a cölöp, ezért a rugómerevségekre nem végzünk klaszterezést, akkor a kiindulási értékekkel számolunk tovább:

$$\underline{R}_{z,cl}^{(N)} = \underline{R}_z^{(N)}, \quad \underline{R}_{xx,cl}^{(N)} = \underline{R}_{xx}^{(N)}, \quad \underline{R}_{yy,cl}^{(N)} = \underline{R}_{yy}^{(N)}.$$

### 5.3 Modelfuttatás a klaszterezett merevségekkel

$\underline{K}_{z,cl}^{(N)}, \underline{R}_{z,cl}^{(N)}, \underline{R}_{xx,cl}^{(N)}, \underline{R}_{yy,cl}^{(N)}$  eltolódási-, illetve elfordulási merevségekkel a szerkezettervező modellben elvégezzük a számítást, melynek eredményeként az illesztési háló csomópontjainak süllyedéseit az  $\underline{s}^{(N)}$  vektor tartalmazza. A következő lépéshez, a hibaelemzéshez a süllyedéseken kívül szükséges további eredmények a cölöpugókban keletkező nyomatékok:  $\underline{M}_{x,rugó}^{(N)}$  és  $\underline{M}_{y,rugó}^{(N)}$ .

### 5.4 Futtatási eredmények hibaelemzése

A szerkezettervező szoftver eredményeiből relatív hibákat számolhatunk, ha a kapott süllyedések és cölöpugókban keletkező nyomatékok értékeit viszonyítjuk az elsődleges referencia-értékekhez.

$\underline{s}^{(N)}, \underline{M}_{x,rugó}^{(N)}$  és  $\underline{M}_{y,rugó}^{(N)}$  ismeretében meghatározzuk az illesztési háló csomópontjaira az elsőrendű referencia-értékekre vonatkozó relatív hibákat %-ban kifejezve:

- a lemez ( $\underline{H}_L$ ) illetve cölöpök ( $\underline{H}_C$ ) pontjainak süllyedéseire:

$$\underline{\delta s}_{L,i}^{(N)} = \frac{\underline{s}_{L,i}^{(N)} - \underline{s}_{ref,L,i}}{\underline{s}_{ref,L,i}} \cdot 100,$$

$$\underline{\delta s}_{C,j}^{(N)} = \frac{\underline{s}_{C,j}^{(N)} - \underline{s}_{ref,C,j}}{\underline{s}_{ref,C,j}} \cdot 100$$

- a cölöpökben, illetve rugókban keletkező nyomatékokra:

$$\underline{\delta M}_{x,j}^{(N)} = \frac{\underline{M}_{x,rugó,j}^{(N)} - \underline{M}_{x,ref,j}^{(N)}}{\underline{M}_{x,ref,j}^{(N)}} \cdot 100,$$

$$\underline{\delta M}_{y,j}^{(N)} = \frac{\underline{M}_{y,rugó,j}^{(N)} - \underline{M}_{y,ref,j}^{(N)}}{\underline{M}_{y,ref,j}^{(N)}} \cdot 100$$

A referencia-értékekhez való közeledés mérésére javítási lépésenként meghatározható a Laplace-féle átlagos hiba, aminek általános formulája:

$$\vartheta R = \frac{\sum_{\kappa=1}^{n_R} |\delta R_{\kappa}|}{n_R}$$

, ahol

- $R$  a tetszőleges eredmény-mennyiség, pl. lemezszüllyedés ( $s_L$ ), cölöpnyomaték ( $M_x$ ), stb.;
- $\delta R_{\kappa}$  az  $R$  eredmény-mennyiség relatív hibaértéke a  $\kappa$ -adik pontban;

- $n_R$  az eredmény-mennyiség relatív hibaértékeinek darab-száma ( $k_L$  vagy  $k_C$ );
- $\kappa = 1 \dots n_R$ .

Példaként a  $k_L$  darab lemezágyazási-pont süllyedéseire ez így írható fel:

$$\vartheta_{S_L} = \frac{\sum_{\kappa=1}^{k_L} |\delta_{S_{L\kappa}}|}{k_L}$$

Az  $N$ -edik javítási lépés átlagos relatív hibáit megkapjuk, ha képezzük a hibavektorok összegzövektorokkal való skaláris szorzatait, és azokat megszorozzuk az  $1/k_L$ , illetve  $1/k_C$  skalárokkal:

$$\vartheta_{S_L}^{(N)} = \underline{\delta}_{S_L}^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_L}, \quad \vartheta_{S_C}^{(N)} = \underline{\delta}_{S_C}^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_C}$$

$$\vartheta M_x^{(N)} = \underline{\delta M}_x^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_C}, \quad \vartheta M_y^{(N)} = \underline{\delta M}_y^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_C}$$

Az elsődleges referencia-értékek alapján történő javítási lépésekben célszerű meghatározni legalább az egyik irányú lemeznyomatékok, mint másodlagos referencia-értékek hibacsökkenéseit is a 7. pontban ismertetett kritériumokkal való összevetetőség érdekében. Fentiekhez hasonlóan:

$$\underline{\delta m}_{x,i}^{(N)} = \frac{m_{x,i}^{(N)} - m_{x,ref,i}^{(N)}}{m_{x,ref,i}^{(N)}} \cdot 100,$$

$$\underline{\delta m}_{y,i}^{(N)} = \frac{m_{y,i}^{(N)} - m_{y,ref,i}^{(N)}}{m_{y,ref,i}^{(N)}} \cdot 100$$

$$\vartheta m_x^{(N)} = \underline{\delta m}_x^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_L},$$

$$\vartheta m_y^{(N)} = \underline{\delta m}_y^{(N)} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{k_L}$$

## 5.5 Döntéshozatal hibaelemzés alapján

Az átlagos relatív hibák javítási lépésenkénti változását koordináta-rendszerben ábrázoljuk. Ha minden lépésben az optimális klaszterstruktúrát használtuk, a görbe aszimptotikusan tart a relatív hibák zérusértékéhez. Arról, hogy folytassuk-e az eljárást az ágyazási merevségek javításával, vagy a befejezést válasszuk, szubjektív döntést kell hoznunk. A görbe alakját figyelve a folyamatot akkor célszerű befejezni, ha további lépésektől érdemi javulás (hibacsökkenés) már nem várható. A befejezést az alábbiak indokolhatják:

- a hibacsökkenés mértéke az utolsó lépésekben töredéke a megelőző lépésekben elért javulásokhoz képest (a konvergencia drasztikus mértékben lelassul);
- a hibacsökkenés mértéke az utolsó két egymást követő lépésben is negatív értelmű (az utoljára alkalmazott klaszterszerkezettel már nem tudunk hibacsökkenést elérni);
- elértünk egy előre meghatározott abszolút hibaértéket, ami lehet egy jellemző, vagy kitüntetett süllyedési érték (átlagos, maximális, minimális, stb.) %-ban meghatározott része (pl. a 20 mm-es átlagos süllyedés 1% -ának megfelelő mértékű hiba:  $\vartheta_{S_L}^{(N)} < 0,2$  mm).

Szubjektivitást kizáró, abszolút érvényű döntéstámogatási kritérium rögzítése nem lehetséges, a módszer approximációs jellege nem tudja kizárni a mérlegelés szükségességét. Amennyiben a döntéshozatal eredménye a befejezés, úgy az ágyazási- és rugómerevségek az utolsó lépés klaszterezett

értékei. Folytatás esetén ezeket az értékeket tovább javítjuk a következő pont szerint.

## 5.6 Ágyazási- és rugómerevségek javítása

Az ágyazási- és rugómerevségek az  $N$ -edik javítási lépésben az abban a lépésben számolt relatív hibák ismeretében korrigálhatók. A javított értékek a következők:

$$\underline{K}_{z,jav,i}^{(N)} = \underline{K}_{z,i}^{(N)} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_{S_{L,i}}^{(N)}}{100} \right)$$

$$\underline{R}_{z,jav,j}^{(N)} = \underline{R}_{z,j}^{(N)} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_{S_{C,j}}^{(N)}}{100} \right)$$

$$\underline{R}_{xx,jav,j}^{(N)} = \underline{R}_{xx,j}^{(N)} \cdot \left( 1 - \frac{\delta M_{x,j}^{(N)}}{100} \right)$$

$$\underline{R}_{yy,jav,j}^{(N)} = \underline{R}_{yy,j}^{(N)} \cdot \left( 1 - \frac{\delta M_{y,j}^{(N)}}{100} \right)$$

Az  $(N+1)$ -edik lépésben a kiindulási értékek az  $N$ -edik lépés javított értékei.

$$\underline{K}_z^{(N+1)} = \underline{K}_{z,jav}^{(N)}; \quad \underline{R}_z^{(N+1)} = \underline{R}_{z,jav}^{(N)};$$

$$\underline{R}_{xx}^{(N+1)} = \underline{R}_{xx,jav}^{(N)}; \quad \underline{R}_{yy}^{(N+1)} = \underline{R}_{yy,jav}^{(N)}$$

## 5.7 Rekurzíó

A hibaelemzés alapján korrigált ágyazási- és rugómerevségekkel új javítási lépésben ( $N:=N+1$ ) az előző lépéssorozat megismételve, tovább csökkentjük az elsőrendű referencia-értékekkel való összevetésből meghatározott relatív hibákat. A keresett eredményeket a rekurzív folyamat döntéshozatal általi leállítását szolgálja az utolsó lépésben.

## 6. DÖNTÉSI KRITÉRIUMOK

A szerkezettervező modell hangolása az illesztési háló pontjaiban történik, ezért azoknál a mennyiségeknél, amelyek elősorban a háló adott csomópontjának elmozdulásától függenek, azonos javítási lépésszám esetén kisebb relatív hiba számítható. Ilyen mennyiség a süllyedés, a pillérek normálereje és a cölöperő. Azok a mennyiségek, amelyek nem ponthoz, hanem felülethez köthetők, azonos javítási lépésszám esetén nagyobb relatív hibákat mutatnak. Ennek oka az, hogy egy általános illesztési csomópont környezetében lévő egyéb felületelem-pontokban a modellek süllyedéseinek egyezőségét nem várjuk el. Ilyen mennyiségek a lemeznyomatékok, valamint a velük szorosan összefüggő cölöp-, illetve pillérsnyomatékok. A hibacsökkenések konvergencia-sebessége az egyes mennyiségekre vonatkozóan eltér, és amint az 5.5. pontban kifejtettem, abszolút kritérium a végeredménynek tekinthető megoldáshoz nem rendelhető. A tesztfuttatásokból az derült ki, hogy az elmozdulás-jellegű mennyiségek kevés lépésszámmal a mérnöki pontosság által igényelt szinten kvázi-hibamentessé tehető (tized mm-re pontos süllyedések). Mielőtt a javítási folyamatot befejezzük, a mérlegelést célszerű a nagyobb hibával illeszthető nyomatékok oldaláról is elvégezni.

Ismeretes, hogy a végeselemes szoftverek az iterációs lépések során a tehervektorhoz viszonyított kiegyensúlyozatlan

terhek vektorából képezik a relatív hibát, s azt egy küszöbértékhez viszonyítják. Hasonló elv e módszerben is alkalmazható. A lemeznymomatékokra előírható a szerkezettervezési szempontokra és igényekre figyelemmel felvett  $\varepsilon$  küszöbérték, amely lehet a nyomaték Laplace-féle hibájának egy választott értéke, pl.  $\varepsilon \rightarrow \vartheta m_x = 5\%$ . Lehetőség van valamilyen abszolút értékű  $E$  hibakorlát alkalmazására is:

- egy kitüntetett nyomatékhoz viszonyított érték: pl. a maximális, minimális, átlagos, stb. nyomaték bizonyos százaléka, pl.  $E \rightarrow 0,05 \cdot m_{max}$ ;
- a nyomatéki vasalás alapján választott érték: pl. a lemez minimális húzott vasalásához tartozó határnyomatéknak, vagy az alkalmazni kívánt vasalási alapháló határnyomaték értékének bizonyos hányada, pl.  $E \rightarrow 0,01 \cdot m_H$

Előfordul, hogy adott sűrűségű illesztési hálóval történő javítási lépések során nem tudunk a kívánt hibaérték alá menni, hiába növeljük a javítási lépések számát. Ebben az esetben az illesztési háló globális, vagy a kritikus helyek szerinti lokális sűrítése vezethet eredményre.

## 7. ALKALMAZÁSI KORLÁTOK, ÉRVÉNYESSÉG

A módszer alkalmazására vonatkozó alapfeltevéseket a 3.1. pontban ismertettem. Alkalmazási korlátot a modellezhetőségre vonatkozó uniformitási követelmény teljesülésének hiánya jelent, ami elsősorban a felszerkezet Plaxis 3D-ben való modellezhetőségére értendő. Ha ugyanis a két felszerkezeti modell merevségek tekintetében eltér egymástól, a módszer alapelve érvényét veszti. A helyszíni zsaluzatban monolit vasbetonszerkezetként kialakított épületek Plaxis 3D-ben általában megfelelő módon modellezhetők. A kérdés akkor vetődhet fel igazán, amikor a speciális szerkezeti elemek és kapcsolatok modellezését lehetővé tévő szerkezettervező szoftverek képességeire is szüksége lenne a Plaxis 3D-ben létrehozandó modellhez. Ilyen lehet például egy külpontos szerkezeti kapcsolatokkal kialakított, kompozit, ortotrop födém-szerkezet. Sok esetben azért Plaxis 3D-ben ekvivalens merevségű, helyettesítő födém alkalmazásával az ilyen jellegű nehézségek is áthidalhatók úgy, hogy a módszer alapelvei és feltevései ne sérüljenek. Ezeket a modellezéstechnikai mérlegeléseket azonban mindig az adott feladat esetében egyedileg lehet csak megtenni.

A szerkezettervező szoftver oldaláról alkalmazási korlátot a CPRF modellezését lehetővé tévő input- paraméterek megadási lehetősége jelent. Amennyiben a szoftver a 4.2.2. pontban ismertett paraméterek megadását lehetővé teszi, a CPRF modellezése nem ütközik elvi akadályba. Ez a hazai gyakorlatban jellemzően alkalmazott Axis VM szoftver esetében teljesül, de a módszer alkalmas bármely hasonló módon működő, egyéb szerkezettervező szoftver használata esetén is. Talajtípusokra, talajrétegződésekre vonatkozó korlátok nincsenek, hiszen a módszer szempontjából közömbös, hogy a Plaxis 3D modellezéssel meghatározott süllyedések milyen talajkörnyezetben alakultak ki. A matematikai, illetve statisztikai eszközökkel lényegileg csak a modellezett eredményeket ültetjük át a szerkezettervező szoftver modellkörnyezetébe.

## 8. ALKALMAZÁSI PÉLDA

### 8.1 Numerikus modellkísérlet előkészítése

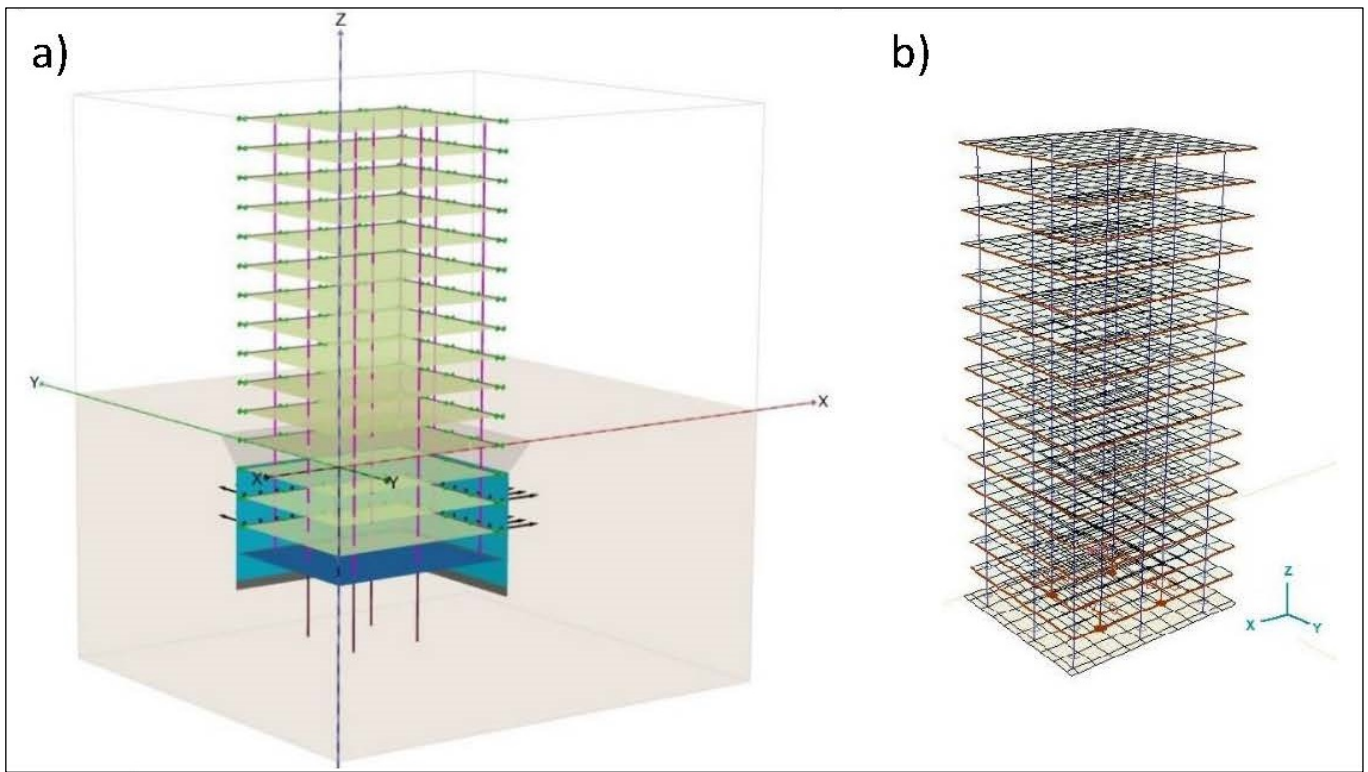
A módszer gyakorlati alkalmazásának és az elérhető eredmények bemutatásához tesztmodellt alkottam. A mindkét alaprajzi irányban tengelyesen szimmetrikus,  $\sim 35 \times 40$  m alaprajzi méretű szerkezetből a szoftverekben csak a szerkezet negyedét szerepeltettem. A modellezett szerkezet rész egy 15 szintes, vasbeton pillérvázás épületé, melynek alsó 4 pinceszintje egy részfalal körülhatárolt munkatérben helyezkedik el. Az alapozásként szolgáló CPRF lemezzavastagsága 0,90 m, a (4 x) 4 db belső pillér alatt pedig 10,0 m hosszú,  $\varnothing 0,80$  m átmérőjű fűrt vasbeton cölöpök vannak. Az épület pillérekkel közvetlenül alátámasztott, síklemez födémmel készül. Bár a modellépület építészeti és szerkezeti méreteit, pillérosztását tekintve megfelel egy valós építménynek, a feladat kutatási jellege miatt a pinceszinti vasbeton falak helyett vasbeton pilléreket alkalmaztam az erőjáték jobb áttekinthetősége érdekében. Ennek a modelleredmények összehasonlításában van jelentősége, ugyanakkor a módszer elvi és gyakorlati alkalmazhatóságára nincs befolyással. Az általaj leírására szolgáló paramétereket úgy választottam, hogy a cölöpök lemezszüllyedéseket csökkentő hatása érzékelhető módon érvényesüljön. Plaxis 3D-ben HSS anyagmodellt használva előállítottam az elsődleges és másodlagos referencia-értékeket. A modellek közötti illesztési kapcsolatot biztosító illesztési háló  $k_L = 110$  db lemezagyazási pontot tartalmaz, további  $k_C = 4$  pont pedig a szerkezeti negyedenként 4 db belső pillér alatti cölöpök csatlakozási pontjai.

### 8.2 Végeelem-szoftverekkel végzett futtatások

Plaxis 3D-ben a teljesértékű tesztmodell végeelem-analízisét elvégeztem, ennek eredményeként jöttek létre az elsődleges és másodlagos referencia-értékek. Ezt követően 6 javítási lépésben végeztem az ágyazási- és rugómerevségek javítását, ami 6 futtatást jelentett a szerkezettervező szoftverrel. A hatodik javítási lépést a hibakonvergencia-grafikonok alapján befejező lépésnek fogadtam el, az ehhez tartozó eredményeket és a javított merevségek utolsó értékeit végeredményeknek tekintettem.

### 8.3 A tesztmodell Plaxis 3D-ben és a szerkezettervező szoftverben

A 3. ábrán egy teljesértékű, Plaxis 3D-ben megalkotott szerkezeti modell látható, mellette pedig a szerkezettervező szoftverben létrehozott párja. A bemutatandó teszteredmények az alábbi tesztmodell futtatásaiból származnak.



3. ábra Végelem-tesztmodell Plaxis 3D-ben (a) és a szerkezettervező szoftverben (b)

## 8.4 Eredmények értékelése, elemzése

### 8.4.1 A báziseredmények

Az eredmények értékelésében a módszer hasznosságának és hatékonyságának megítéléséhez úgynevezett báziseredményeket értelmeztem. Ezek nem részei a módszernek, pusztán a módszerrel elérhető pontosság bemutatása céljából szükségesek.

Báziseredményeknek azokat a szerkezettervező szoftverrel számolt értékeket nevezem, melyek a klaszterezés nélküli,  $K_z^{(1)}, R_z^{(1)}, R_{xx}^{(1)}, R_{yy}^{(1)}$  ágyazási- és rugómerevségekkel végzett futtatásból származnak. Ezeket a merevségeket a Plaxis 3D süllyedés- és feszültség-eredményeiből, felületi tartományközpontként egyedi értéként számítottam. (Ezek voltak a felső indexben jelölt, első javítási lépés kiindulási merevségei.) Például  $s^{(B)}$  bázissüllyedéseknek az előbb említett futtatásból származó süllyedésértékeket nevezem, melyek vektorát a megkülönböztetés miatt  $(B)$  felső indexszel jelöltem. A báziseredményeket a javítási lépések eredményeihez hasonlóan viszonyíthatjuk a referencia-értékekhez. Így a báziseredmények relatív hibái a korábban leírtakhoz hasonlóan ugyancsak számíthatók. Példaként a bázissüllyedések relatív hibái a lemez ( $H_L$ ) illetve a cölöpök ( $H_C$ ) pontjaiban:

$$\delta s_{L,i}^{(B)} = \frac{s_{L,i}^{(B)} - s_{ref,L,i}}{s_{ref,L,i}} \cdot 100,$$

$$\delta s_{C,j}^{(B)} = \frac{s_{C,j}^{(B)} - s_{ref,C,j}}{s_{ref,C,j}} \cdot 100$$

A Laplace-féle átlagos relatív hiba szintén kifejezhető:

$$\vartheta s_L^{(B)} = \delta s_L^{(B)} \cdot 1 \cdot \frac{1}{k_L}, \quad \vartheta s_C^{(B)} = \delta s_C^{(B)} \cdot 1 \cdot \frac{1}{k_C}$$

A báziseredmények a nem az általam ajánlott módon felvett ágyazási merevségekkel végzett számítások közül a legpontosabb eredményeknek tekinthetők. Móczár, Mahler, Polgár (2014) ezeket a „Plaxis eredményekből közvetlenül számított” süllyedéseknek nevezi.

A tesztmodellre vonatkozóan 110 felülettartomány-középpontra és 4 cölöp-csomópontra egyedileg számolt ágyazási- és rugómerevség megadásával (de értelemszerűen klaszterezés nélkül) állítottam elő a báziseredményeket. Ahogy az az eredmények számszerű ismertetéséből a 8.4.2.-8.4.6. pontokban látható, az általam kidolgozott módszerrel elérhető pontosság akár egy nagyságrenddel is meghaladhatja a báziseredmények pontossági szintjét, miközben egy nagyságrenddel kevesebb ágyazási merevség érték elegendő a CPRF-szerkezet támaszviszonyának szimulálásához. Az utóbbi különbség nagyobb ágyazási adatbázis esetén két-három nagyságrend is lehet.

### 8.4.2 Klaszterezési eredmények

A szerkezettervező szoftverrel végrehajtott 6 javítási lépés mindegyikében az ágyazási merevségeket klasztereztem, a rugómerevségeket azonban a cölöpök kis száma miatt nem. Lépésenként a sziluett-együtthatók grafikonjaiból az optimális klaszterszámokra az 1. táblázatban szereplő értékek adódtak.

lépés	1	2	3	4	5	6
$k_{opt,L}$	10	9	9	8	8	8

1. táblázat: Optimális klaszterszámok javítási lépésenként

### 8.4.3 Független elmozdulások, cölöpfej elfordulások

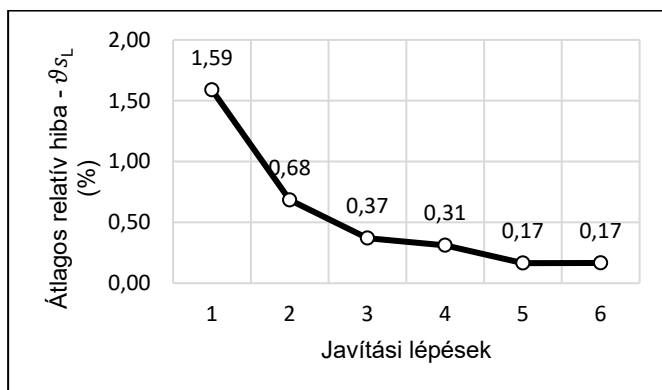
A 110 különböző ágyazási merevség helyett a hatodik javítási lépésben 8 klasztert alkalmazva a 34 és 61 mm közé eső referencia-süllyedésekhez viszonyított hibák átlagértékére a

lemezgyazási pontoknál  $\vartheta s_L^{(6)} = 0,17\%$ -ot, a cölöprugók pontjainál pedig ugyancsak  $\vartheta s_C^{(6)} = 0,17\%$ -ot értem el (4. és 5. ábra). A süllyedések abszolút eltérései 0,0 és 0,3 mm között alakultak. A szerkezettervező szoftver báziseredményeire az előbbiekhöz képest kb. egy nagyságrenddel nagyobb átlagos relatív hiba számítható:  $\vartheta s_L^{(B)} = 1,49\%$ , valamint  $\vartheta s_C^{(B)} = 1,47\%$ .

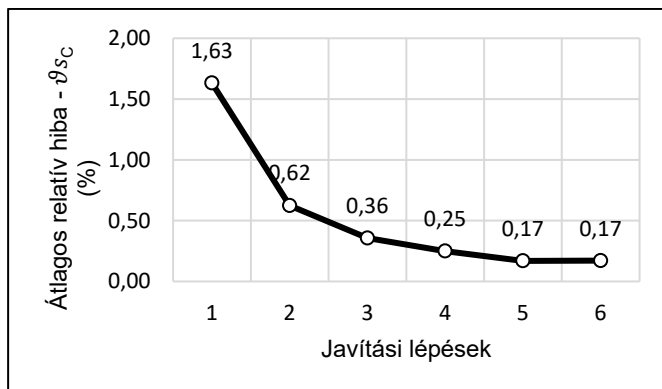
Az elfordulási rugómerevségek esetében a referencia-nyomatékokhoz lehet viszonyítani. A hatodik javítási lépésben elért relatív hibák átlagértékei:  $\vartheta M_x^{(6)} = 0,46\%$ , illetve  $\vartheta M_y^{(6)} = 0,44\%$  (6. és 7. ábra). Mivel az 1. javítási lépés kezdeti elfordulási rugómerevségei nem a Plaxis 3D-ből számított, hanem tetszőlegesen felvett értékek, ezért a báziseredmények átlagos relatív hibái  $\vartheta M_x^{(B)}$  és  $\vartheta M_y^{(B)}$ -re nem értelmezhetők.

#### 8.4.4 Pillérerők és nyomatékok

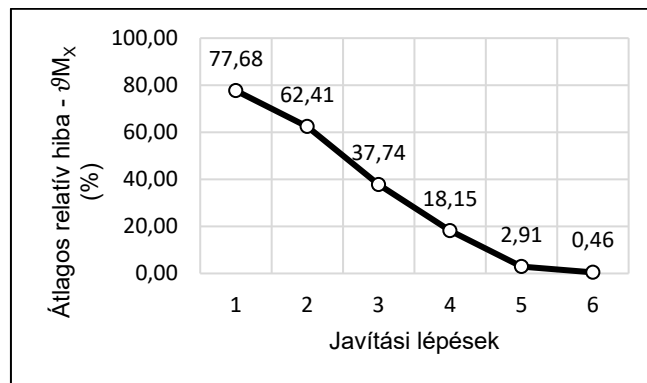
Az alaplemezről induló pillérek normálerőinek és nyomatékainak vizsgálta az előzőhöz hasonló tendenciákat tárt fel, a különbségek számszerű értékei a következőképpen alakultak. A ~2.000-10.000 kN nagyságú normálerőkre nézve az utolsó javítási lépésben referencia-értékekből számított átlagos relatív hiba kisebbre adódott, mint a báziseredmények alapján számított:  $\vartheta P_N^{(6)} = 1,66\% < \vartheta P_N^{(B)} = 1,77\%$ . Befogási pillérnyomatékok esetében az egyik irány báziseredményeit 1,5% eltéréssel sikerült megközelíteni:  $\vartheta P_{MZ}^{(6)} = 4,12\% > \vartheta P_{MZ}^{(B)} = 2,64\%$ , míg a másik irányú nyomatéknál a báziseredményekhez képest javulást sikerült elérni:  $\vartheta P_{MY}^{(6)} = 5,97\% < \vartheta P_{MY}^{(B)} = 8,93\%$ .



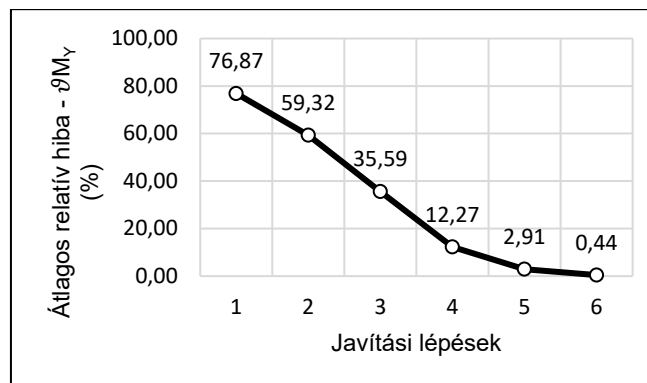
4. ábra: Lemezsüllyedések abszolútértékű átlagos relatív hibái



5. ábra: Cölöpsüllyedések abszolútértékű átlagos relatív hibái



6. ábra: Cölöpfej-nyomatékok abszolútértékű átlagos relatív hibái - X-irány



7. ábra: Cölöpfej-nyomatékok abszolútértékű átlagos relatív hibái - Y-irány

#### 8.4.5 Lemeznyomatékok

A pillérek alatti legnagyobb negatív nyomatékok ~2300-2500 kNm/m nagyságú értékeit vizsgálva megállapítható, hogy a báziseredmények mindkét irányt illetően 7-8%-os eltérést mutatnak. A javítási lépések befejezése után pillérenként pontról-pontra a báziseredményekkel azonos értékeket értem el. Az  $m_x$  nyomaték báziseredményeit 1,1% eltéréssel közelítettem meg:  $\vartheta m_x^{(6)} = 8,9\% > \vartheta m_x^{(B)} = 7,8\%$ , az  $m_y$  nyomaték báziseredményeinél viszont pontosabb eredményt értem el:  $\vartheta m_y^{(6)} = 7,6\% < \vartheta m_y^{(B)} = 8,1\%$ . A báziseredményektől való jelentősebb eltérés nyomatéki irányonként egy-egy vizsgált pontban tapasztalható, ezek mértéke 25%-ra, illetve 22%-ra adódott. Figyelembe kell venni azonban azt a tényt, hogy ezekben a pontokban a legkisebbek a nyomatékok, számszerűen 51 kNm/m, illetve 69 kNm/m. Ezen alacsony értékekhez mért viszonylag magas, 22-25% relatív hiba meglehetősen kis nyomatékeltéréseket jelent, abszolút számokban kifejezve: 13-15 kNm/m. A maximális nyomatékok értékeihez viszonyítva ezek két nagyságrenddel kisebb értékek.

#### 8.4.6 Cölöperők és nyomatékok

Ezekre a mennyiségekre külön hibaértékeket nem szükséges meghatározni, hiszen a rugómerevségek és elmozdulások közötti lineáris kapcsolat miatt ugyanazok az értékek számíthatók, mint a cölöpök függőleges eltolódásai és cölöpfejek elfordulásai esetében.

## 9. MEGÁLLAPÍTÁSOK

A bemutatott módszer az alapfeltevések teljesülése esetén és az alkalmazási korlátokon belül alkalmas arra, hogy a CPRF-alapozású szerkezeteknek a szerkezettervező végelesemes szoftverrel való modellezéséhez az ágyazási- és rugómervségeket eddigieknél sokkal pontosabban adjuk meg. A térbeli modellezést lehetővé tevő, fejlett talaj-anyagmodellekkel rendelkező Plaxis 3D geotechnikai szoftver talajmechanikai feladatok mellett alkalmas tartószerkezetek, pl. monolit vasbeton vázas épületek modellezésére is, a felszerkezet anyagára és kialakítására vonatkozóan pedig általában nem szükséges megkötéseket tenni. Ennek köszönhetően a szoftverbe teljes modellként bevitt épület CPRF-szerkezetére vonatkozó eredményeket referencia-értékűnek lehet tekinteni az ekvivalens modell szerkezettervező szoftverrel végzett végelesemes analízisének vonatkozásában.

A klaszteranalízis segítségével a különböző értékű ágyazási- és szükség esetén rugómervségek száma radikális mértékben lecsökkenthető, ami már közepes méretű alaplemezek esetén is rendkívül nagy idő- és munkamegtakarítást eredményezhet. A klasztervaliditási indexértékek alapján javítási lépésként megválasztott ágyazási klaszterszerkezetekkel végzett korrekciós eljárás ugyanakkor eléri, illetve a süllyedések és pillérerők esetében meg is haladja az egyéb számítási módszerek közül legjobbnak ítélt eljárás pontosságát. A süllyedések tekintetében ez akár egy nagyságrenddel pontosabb eredményeket is jelenthet.

A módszerrel meghatározhatók a cölöprugók elfordulási merevségei annak ellenére is, hogy kezdőértékeiket tetszőlegesen választjuk meg. Ez azért különösen hasznos, mert ez a modellezési paraméter jóval nehezebben becsülhető, mint a cölöpök függőleges rugómervsége. Lehetőség nyílik a Plaxis 3D referenciamodellben szereplő cölöpök modellezését cölöp-próbaterhelés visszamodellezéséből nyert eredmények alapján szegrehtani, így a realisztikus modellezés a legmagasabb szinten valósulhat meg a hétköznapi tervezési gyakorlatban is.

A Plaxis 3D süllyedésképének lépésről lépésre történő közelítéséből egyértelműen látszik, hogy az illesztési paramétereikként szolgáló lemezágyazási merevség, a cölöpök függőleges rugómervsége, valamint a két irányú nyomatékokat modellező elfordulási merevségei egymástól nem függetleníthető mennyiségek, külön-külön történő meghatározásuk elvi hibát jelent. Ahogy a lemez elmozdulásait a  $w(x, y)$  eltolódás függvényen kívül a  $\varphi_x(x, y)$  és  $\varphi_y(x, y)$  elfordulás függvények együttesen határozzák meg, úgy lehet a kívánt süllyedésképet is ezen merevségek egy modellben történő, együttes hangolásával elérni.

A módszer kiküszöböli az idejétmúlt közelítő képletekkel becsült ágyazási- és rugómervségek alkalmazásából származó bizonytalanságokat és eltéréseket mind a süllyedések, mind az igénybevételek illetően.

## 10. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A cikk megírásához nyújtott segítségéért köszönetet mondok Dr. Szepesházi Róbertnek.

## HIVATKOZÁSOK

- Bak E., Koch E., Palotás B., Szepesházi R. Kombinált (cölöp és lemez) alapozás modellezése, *Közlekedésépítési Szemle*, 60. évfolyam, 3. szám, pp. 21-30., 2010.
- Bojtár I., Gáspár Zs., *Tartók statikája IV.*, Műegyetemi Kiadó, 1992.
- Brown, P.T., Yu, K.R., Load sequence and structure-foundation-interaction. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 112: pp. 481-488., 1986
- Gazetas, G., Seismic response of end-bearing single piles, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 3., No. 2., pp. 82-93., 1984.
- Kaliszky S., Kurutzné Kovács M., Szilágyi Gy., *Mechanika II. Szilárdságtan*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.
- Kanizsár Sz.: A Budapestre tervezett toronyházak alapozási lehetőségei, *Geotechnika 2017 konferenciakötet*, Konferencia Iroda Bt., pp. 92-112., 2017.
- Kanizsár Sz.: Toronyházak alapozás- és szerkezettervezése – 2. rész, *Vasbetonépítés*, 21. évfolyam, 1. szám, pp. 19-24., 2019.
- Kanizsár Sz.: CPRF-szerkezetek végelesemes modellezésének fejlesztése, *Geotechnika 2020 konferenciakötet*, Konferencia Iroda Bt., 2020.
- Katzenbach, R., Choudhury, D., Combined Pile-Raft Foundation, *ISSMGE Guideline*, Darmstadt, 2013.
- Kovács E., *Többváltozós adatelemzés*, Budapesti Corvinus Egyetem, Typotex Kiadó, 2014.
- Lee, I.K., Brown, P.T.: Structure-foundation interaction analysis. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 98(11), pp. 2413-243., 1972.
- Móczár B., Mahler A., Polgár Zs., Talaj és szerkezet kölcsönhatásának összehasonlító vizsgálatai vasbeton lemezalappal készülő vázas épületek esetén, *Vasbetonépítés*, XVI. évfolyam, 2. szám, pp. 41-46., 2014.,
- Poulos, H. G.: Tall building foundations: design methods and applications. *Innovative Infrastructure Solutions*, 2016, 1(1), pp. 1-51.
- Rousseeuw, P.J., Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 20. november. pp. 53-65., 1987.
- Szüle B.: Klaszterszám meghatározási módszerek összehasonlítása, *Statisztikai szemle*, 97. évfolyam, 5. szám, pp. 421-438., 2019.
- Zhang, B.Q., Small J.C., Finite layer analysis of soil-raft-structure interaction. *Proceedings of 13th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, New Delhi, 1994.

**Kanizsár Szilárd** (1973) okl. építőmérnök (BME, 1997), okl. szerkezetépítő szakmérnök (BME, 2004), okl. mérnök-közgazdász (BKE, 2002), tartószerkezeti és geotechnikai tervező és szakértő. PhD kutatási területe a budapesti toronyházak alapozásának témaköre (Széchenyi István Egyetem, Győr)

### COMPUTATIONAL METHOD WITH CLUSTER ANALYSIS FOR CPRF-DESIGN

**Szilárd Kanizsár**

CPRF-analysis needs special geotechnical FEM-sofwares, 3D-modeling and advanced soil material models. However the foundation structure is a part of the superstructure's model, as well. A toolkit for soil modeling is a moderately developed function in the structural sofwares. There is a need for a method that can numerically define the soil modeling input parameters of a structural software, in order to have the results closest to the realistic soil behaviour computed by a geotechnical software. The reaction stress distribution can lead to the right outcome only by inputting a large number of the bedding coefficients because of the peak stresses at the slab's edges and under the local forces. The method with using cluster analysis introduced in this paper allows to achieve an improvement of the poor soil modeling in the structural software in an innovative manner and significantly reduce the input works.