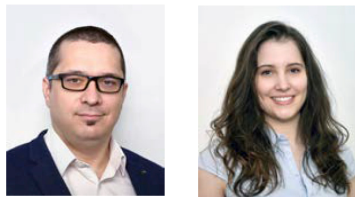


DISZKRÉT SZÁLAK KERESZTMETSZETI ELHELYEZKEDÉSÉNEK HATÁSA SZÁLERŐSÍTÉSŰ BETON GERENDÁK KIÉRTÉKELÉSÉNÉL



Dr. Balázs L. György
65. születésnapjára ajánlva

<https://doi.org/10.32969/VB.2023.3.7>

Dr. Juhász Károly Péter - Tuza Tímea

A szálerősítésű beton egy kompozit anyag, ahol a betonban elkevert szálak elsődleges szerepe a beton duktilitásának a növelése. A kompozit anyag anyagtulajdonságai függenek a beton mátrix és az elkevert szálak mechanikai tulajdonságaitól, ugyanakkor a mátrix és a szálak kapcsolatától is. A szálerősítésű beton anyagparamétereinek meghatározására a legelterjedtebb vizsgálat a hárompontos hajlított gerendateszt, mely segítségével lehet meghatározni a maradó szilárdságokat adott CMOD értékeknél. A gerenda törési keresztmetszetének mérete 125×150 mm, mely méretnél az eredmények nagy szórása tapasztalható. A nagy szórás elsődleges oka a szálak elhelyezkedése és darabszáma a törési keresztmetszeten. Jelen cikkben acél- és szintetikus makro szálerősítésű betonok gerendateszt eredményeit vizsgáljuk, mely során elemezzük a törési keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámát és pozícióját, valamint ezek hatását a maradó hajlító-húzószilárdságra.

Kulcsszavak: szálerősítésű beton, keverési modell, anyagparaméterek, anyagparaméterek kiértékelése

1. BEVEZETÉS

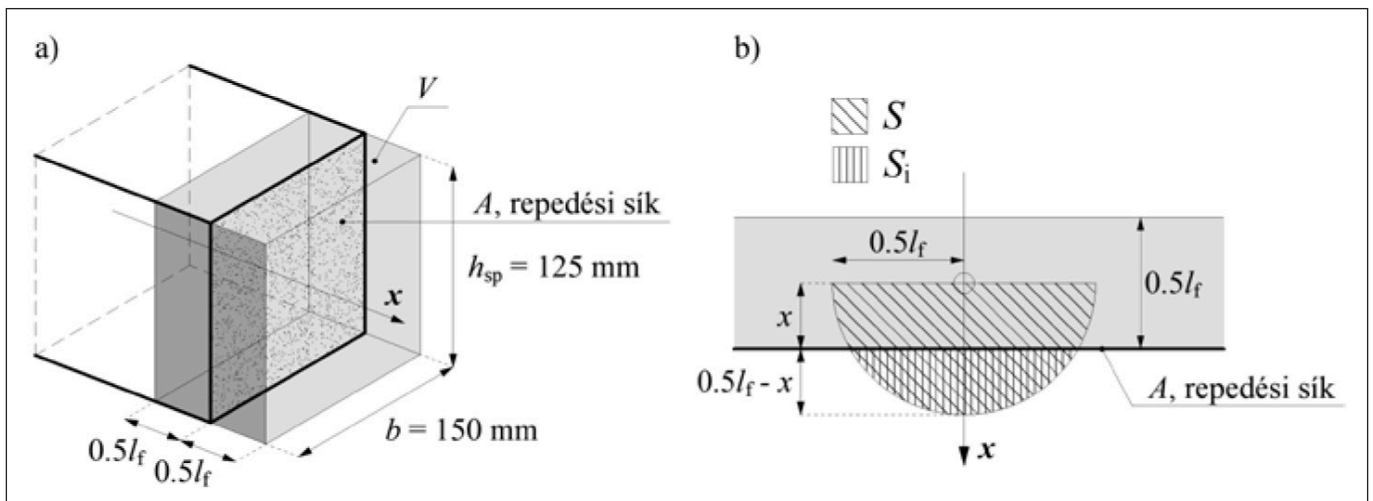
A szálerősítésű beton egy kompozit anyag, ahol a betonba, mint mátrixba rövid szálakat keverünk el (Kollár, Springer, 2003). Az elkevert szálak növelik a beton törési energiáját és így a duktilitását is (Gopalratnam et.al., 1991; Balaguru, Shah, 1992). A szálak különféle anyagból (acél, műanyag, üveg, természetes) és különböző geometriával (egyenes, kampós, hullámos, bordázott stb.) készülhetnek (ACI, 2009). Az iparban leggyakrabban használt szálak az acél és szintetikus makroszálak, amelyek megfelelő adagolással a beton berepedése után jelentős maradó szilárdságot biztosítanak.

A szálerősítés alkalmazásával a beton repedésérzékenysége csökken, ezzel nő az élettartama, ennek következtében használata az iparban széles körben elterjedt. Főképp ipari padlóknál és löttbetonokban alkalmazzák, de egyre gyakrabban használják betonelem előregyártásban is. Mindezek ellenére tervezésükhöz méretezési szabvány jelenleg még nem elérhető. Tervező mérnökök a méretezéshez szükséges módszereket olyan irányelvekben találhatnak meg, amilyen például a *fib Model Code 2010* (2013). A méretezéshez szükséges anyagparaméterek megállapítására számos szabványos vizsgálat létezik, legelterjedtebbek a hajlított gerenda és a középpontban terhelte panel tesztek (Juhász, 2018a). A gerenda vizsgálatok közül a három- és négyponthas hajlító vizsgálatok a legelterjedtebbek, európai szabványok a hárompontos, közepén bevágott gerenda tesztet alkalmazzák (MSZ EN 14651:2005+A1:2008). A mért paraméterek ezeknél a vizsgálatoknál az erő és lehajlás vagy repedésmegnyílás (crack mouth opening displacement, CMOD), esetleg mindkettő.

A hajlított gerenda eredmények szórása nagy, köszönhetően a kis méretű törési keresztmetszetnek (125×150 mm), illetve a szálak véletlenszerű elhelyezkedésének. A nagy szórás miatt az

anyagparaméterek karakterisztikus értéke jelentősen csökken, amely gazdaságtalan tervezéshez és felhasználáshoz vezethet. Matematikai statisztika alkalmazásával kimutatható, hogy véletlen eloszlást feltételezve a referencia méret növelésével a szórás is csökken (Juhász, 2018a). Ennek érdekében Bernard növelte a kör alakú panelek méretét, és kísérletileg is igazolta a szórás jelentős csökkenését (Bernard, 2013). A nagyobb méretű próbatetek vizsgálata azonban szokásos laboratóriumi körülmények között nehézkes, emiatt kevésbé terjedtek el. Kedvezőbb kiértékeléshez vezethet egy alkalmasabb valószínűségi eloszlásfüggvény használata (Bernard, Xu, 2007), vagy a szálak diszkrét modellezésével a szálak elhelyezkedésnek figyelembevétele a kiértékeléskor (Cavalero, Aguado, 2015). A kis méretű referencia keresztmetszetből adódó nagy szórás hatását a *fib Model Code* egy növelő tényezővel veszi figyelembe, mellyel a maradó feszültség értéke – megfelelően nagy keresztmetszettel rendelkező szerkezetek esetén – megnövelhető (*fib Model Code 2010, 7.7.2, 2012*). A karakterisztikus értékek meghatározására mutat be egy új, alternatív eljárást Juhász (2020), mely során a gerendák maradó feszültségi értékei és az eltört keresztmetszeten elhelyezkedő szálak valós eloszlásának összefüggését veszi alapul.

A szálak elhelyezkedése a törési keresztmetszeten véletlenszerű, ugyanakkor egyenletesnek feltételezett. A szálak darabszámának szórása analitikus keverési modellekkel jól becsülhető, ugyanakkor a törési keresztmetszeten való elhelyezkedésük nagyban befolyásolja a szálak hatékonyságát a gerenda hajlító vizsgálat során. Barros a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámát és a maradó feszültség értékének összefüggését vizsgálta, de a szálak elhelyezkedését a keresztmetszeten belül nem vette figyelembe (Barros et.al., 2005). A keresztmetszeten áthaladó szálak darabszám meghatározásának vizsgálatával foglalkozott Dupont és



1. ábra: Keresztmetszeten áthaladó szálak a) repedési sík és térfogat értelmezése, b) dőfés valószínűségi mezője

Vandewalle, (2005), ahol már figyelembe vették a zsaluhatást is. Az eredményeiket nagyszámú kísérletekkel verifikálták. A szálak keresztmetszeten való elhelyezkedésével nagy jelentősége ellenére kevesen foglalkoznak.

Jelen cikkünkben acél- és szintetikus makroszálak keresztmetszeten való elhelyezkedését és annak hatását vizsgáljuk a maradó szilárdságra. Bemutatunk egy keverési modellt, ami alkalmas a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámának becslésére. A modell segítségével a szálak darabszáma mellett azok keresztmetszeten belüli elhelyezkedést is vizsgáljuk, majd az eredményeket laboratóriumi vizsgálatokkal hasonlítjuk össze.

2. A KERESZTMETSZETEN ÁTHALADÓ SZÁLAK DARABSZÁMÁNAK ÉS POZÍCIÓJÁNAK MODELLEZÉSE KEVERÉSI MODELLEL

2.1. Keverési modell bemutatása

A keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámát Naaman (1972) határozta meg geometriai valószínűségi mező segítségével. Vegyünk egy szálát, amely középpontja a V térfogatban helyezkedik el és az A repedési síkkal való dőfését vizsgáljuk (1a. ábra). Ha a szál középpontja a repedési síktól $0,5l_f$ értéknél kisebb távolságra helyezkedik el, akkor a szál az orientációjától függően átdőfheti a repedési síkot (1b. ábra).

Ennek valószínűsége a szál középpontja köré rajzolt S_i és S felületű gömbszelet felületének a hányadosa:

$$q_{\text{Naaman}} = \frac{S_i}{S} = \frac{0,5l_f - x}{0,5l_f} = 1 - \frac{2x}{l_f} \quad (1)$$

Annak a szálnak a dőfési valószínűsége, amely középpontja a V térfogatban van és orientációja véletlenszerű a következő:

$$p = \frac{\int_0^{l_f/2} \left(1 - \frac{2x}{l_f}\right) dx}{l_f/2} = 0,5 \quad (2)$$

Így, a repedési keresztmetszet mindkét oldalán egységnyi térfogattal számolva, az egységnyi keresztmetszeten áthaladó szálak száma:

$$n = 2 \int_0^{l_f/2} \left(1 - \frac{2x}{l_f}\right) \frac{N}{V} dx = \frac{N}{V} 2 \int_0^{l_f/2} \left(1 - \frac{2x}{l_f}\right) dx = \frac{N}{V} 0,5l_f \quad (3)$$

ahol n az egységnyi keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma [db/m²], N pedig a V térfogatrészben levő szálak darabszáma.

A levezetés végtelen kiterjedésű keresztmetszetre igaz, azonban véges méretű keresztmetszet esetén a szálak orientációját befolyásolhatja a keresztmetszet körüli zsaluzat, amelyet a szakirodalom zsaluhatásnak (wall-effect) nevez. Ezt vizsgálta Dupont és Vandewalle (2005) és Stroven (2010) acélszálak esetében, illetve Alberti, Enfedaque, Gálvez (2017) és Juhász (2018a) acél- és szintetikus szálak esetében. Acélszálak esetében a keveredés során merev, míg szintetikus szálak esetében hajlékony szálakat feltételezhetünk. A zsaluhatás mértéke mind acél, mind szintetikus szálak esetében elhanyagolható a szabványos méretű gerenda keresztmetszeten, így a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámának meghatározásakor nem szükséges a figyelembevétele (Juhász, 2018b).

2.2. Keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma és szórása

A V térfogatrészben elhelyezkedő szál dőfési valószínűsége $p = 0,5$ és binomiális eloszlást mutat. A centrális határeloszlástétel alapján egy binomiális eloszlású véletlen változó bizonyos feltételek mellett jól közelíthető normális eloszlással (Ekstrom, Sørensen, 2014), amennyiben:

$$N \times \min \left\{ \begin{matrix} p \\ 1-p \end{matrix} \right\} \geq 5 \rightarrow N \geq 10 \quad (4)$$

Tehát ha a V térfogatban levő szálak darabszáma $N \geq 10$, akkor a dőfés normális eloszlással jól közelíthető. A keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámának középértéke így:

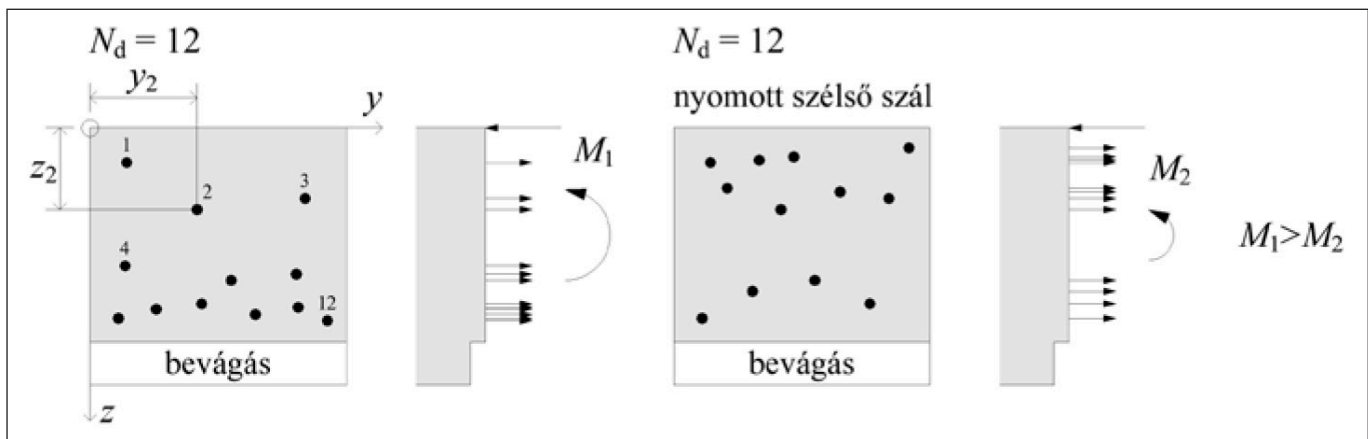
$$m = N_m = Np = 0,5N \quad (5)$$

szórása:

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)} = \sqrt{0,25N} \quad (6)$$

relatív szórása:

$$cv_m = \frac{\sqrt{0,25N}}{0,5N} \quad (7)$$



2. ábra: A törési keresztmetszeten áthaladó, a nyomott zónától különböző távolságra elhelyezkedő szálak hatása a berepedt gerenda keresztmetszeti nyomatéki ellenállására

2.3. Szálynomaték

A szálerősítésű beton gerenda berepedt keresztmetszetének nyomatéki ellenállása főként a törési keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámától és a szálak z -irányú elhelyezkedésétől függ. Ha a szálakban ébredő erőt egységesnek vesszük, akkor a nyomott zónától messzebb elhelyezkedő szálak erőkarja, illetve ennek megfelelően a nyomatéka is nagyobb (2. ábra).

Vegyük a szálak erőkarját a gerenda felső szélétől mérve a nyomott szélső szál vastagságának elhanyagolásával, majd ezeket összegezzük. Az így kapott érték a szálynomaték (Juhász, 2013):

$$S_{f,\text{test}} = \sum_{i=1}^{N_d} z_i \quad (8)$$

ahol S_f a szálynomaték méterben, z_i pedig az i jelzésű szálhoz tartozó z irányú távolság a nyomott szélső száltól (2. ábra), N_d pedig a keresztmetszetet dőfő szálak darabszáma.

Egyenletes elkeveredést és orientációt feltételezve a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma az (5) egyenlet alapján N_m . Ha a keresztmetszeten a szálak elhelyezkedését is egyenletesnek tételezzük fel, akkor az áthaladó szálak középpontja egybe esik a törési keresztmetszet középpontjával, így a szálynomaték felírható:

$$S_{f,\text{ideal}} = N_m \cdot 62,5 \text{ mm} \quad (9)$$

2.4. Egyenletes elhelyezkedés

A keresztmetszeten elhelyezkedő szálak egyenletes elhelyezkedésének jellemzésére Clark-Evans féle legközelebbi szomszéd analízist használtuk (Clark és Evans, 1954).

$$R = \frac{r_A}{r_E} = \frac{2\sqrt{\delta} \sum_{i=1}^{N_d} s_i}{N_d} \quad (10)$$

ahol s_i az i -edik szál és legközelebbi szomszéd szál távolsága, R az egyenletes elhelyezkedés mérőszáma, $\delta = N_d / A$.

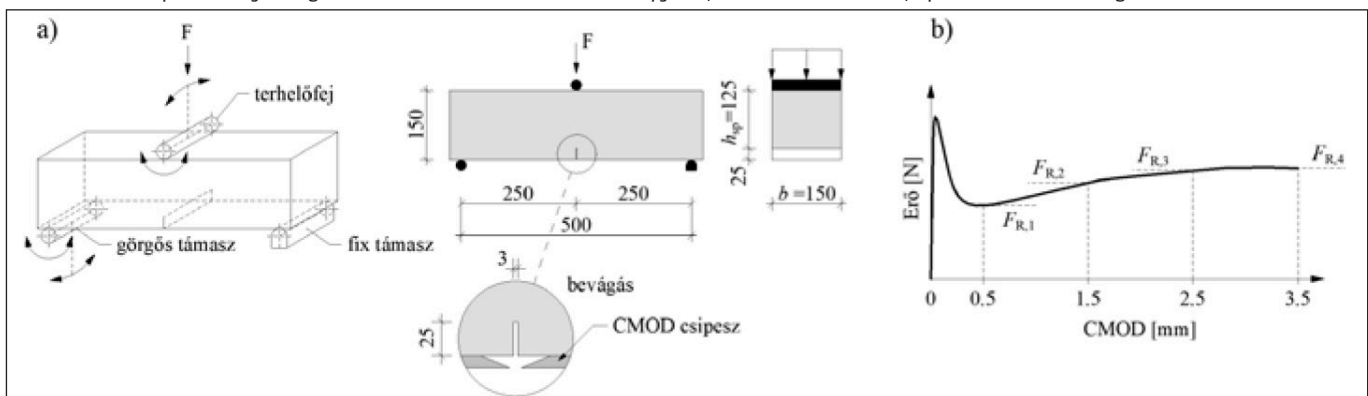
Az $R = 0$ értéknél a szálak egy pontban helyezkednek el, $R < 1$ értéknél sűrűsödés tapasztalható, $R > 1$ értéknél egyenletes eloszlás feltételezhető.

3. SZÁLERŐSÍTÉSŰ BETON GERENDÁK LABORATÓRIUMI VIZSGÁLATAI

3.1. Vizsgálati módszer

A vizsgálatot az MSZ EN 14651:2005+A1:2008 szabvány szerint végeztük. A vizsgált próbatetek mérete az MSZ EN 12390-1:2021 szabványnak megfelelő névleges méretű, 150 mm × 150 mm × 600 mm-es gerenda volt. A gerendát az egyik, zsaluzatlan oldalra merőleges oldalán, a gerenda közepénél 25 mm mélyen bevágtuk, ennél a bevágásnál mértük a repedés megnyílását. A törési keresztmetszet mérete így 125 mm × 150 mm volt. A próbatestet hárompontos hajlítással terheltek, ahol a támaszköz 500 mm volt. A támaszok mérete és szabadságfoka a 3a. ábrán látható. A vizsgálatot 28 napos korban az MSZ EN 12390-4:2020 szabványnak megfelelő vizsgálóberendezéssel (ZWICK/Roell Z100) végeztük el. A vizsgálat CMOD-vezérelt, ahol a repedésmegnyílás sebessége CMOD=0,1 mm-ig 0,05 mm/perc, majd 0,2 mm/perc CMOD=4 mm-es

3. ábra: Hárompontos hajlított gerendateszt MSZ EN 14651:2005 alapján a) kísérleti elrendezés b) tipikus erő-CMOD diagram



repedésmegnyílásig. Az eredmény az erő-CMOD diagram (3b. ábra).

3.2. Kísérleti mátrix

A vizsgálat során acél- és szintetikus makro szálakkal erősített betonokat vizsgáltunk, amely adagolása az iparban szokott adagolásnak felel meg: acélszál esetében 20 és 30 kg/m³, míg szintetikus szál esetében 2,5; 5,0 és 7,5 kg/m³. A beton összetételét az 1. táblázatban adtuk meg, míg a szálak adatait a 2. táblázatban. A beton receptúra az MSZ EN 14845-1:2008 szabvány referencia beton előírása alapján készült, míg a szemmegoszlási görbe az MSZ EN 1766:2017 szabványnak felel meg. A kísérlet során a gerendákat az MSZ EN 12390-2:2019 szabvány szerint készítettük és tároltuk.

1. táblázat: A beton receptúra

Alkotóanyag	Típus	Adagolás (kg/m ³)
Homok (0-4)		631
Kavics (4-8)	gömbölyű	685
Kavics (8-16)	gömbölyű	487
Cement	CEM I 42.5 R	380
Víz		182
Folyósító	MAPEI NRG1020	2

2. táblázat: A vizsgálat szálak adatai

Jellemző	Acélszál	Szintetikus makroszál
Szál típus	Humix 50	BarChip 48
Alapanyag	hidegen húzott acél	polipropilén
Húzószilárdság	min. 1000 MPa	640 MPa
Rugalmasági modulus	210 GPa	10 GPa
Szálhossz/ átmérő	50mm / 1050 μm	48 mm / 720 μm
Lehorgonyzás	kampós vég	bordázott felület
Szál/kg	3 178 db	58 366 db
Adagolás	20 kg/m ³ ; 30 kg/m ³	2,5 kg/m ³ ; 5 kg/m ³ ; 7,5 kg/m ³

3. táblázat: Kísérleti mátrix

Gerenda neve	Szál anyaga	Szálada- golás kg/ m ³	Próbatest darab- száma
ST-20-1...7	acél	20	7
ST-30-1...7	acél	30	7
SY-2,5-1...6	szintetikus	2,5	6
SY-5,0-1...6	szintetikus	5,0	6
SY-7,5-1...6	szintetikus	7,5	6

Az acél szálak típusa HUMIX volt, míg a szintetikus szálaké BarChip 48.

3.3. Eredmények kiértékelése

A maradó feszültség értékét meghatározott CMOD értékeknél (CMOD = 0,5; 1,5; 2,5 és 3,5 mm) kell kiértékelni az MSZ EN 14651:2005+A1:2008 szabvány alapján. Az egyes próbatestekre értelmezett maradó szilárdságot az alábbi egyenlet alapján kell meghatározni:

$$f_{R,i} = \frac{3F_{R,i}L}{2bh_{sp}^2} \quad (11)$$

ahol $f_{R,i}$ és $F_{R,i}$ az adott CMOD értékhez tartozó maradó szilárdság, illetve terhelő erő, L a feszítáv, b és h_{sp} a keresztmetszeti méretek a 3a. ábra szerint.

A vizsgálat elvégzése után a gerendákat két részre törtük, majd a törési keresztmetszeten vizuálisan megvizsgáltuk a szálakat. A gerenda keresztmetszetén található szálak távolságát 0,1 mm pontossággal lemértük a 2. ábrán látható koordináta rendszernek megfelelően (y és z koordináták).

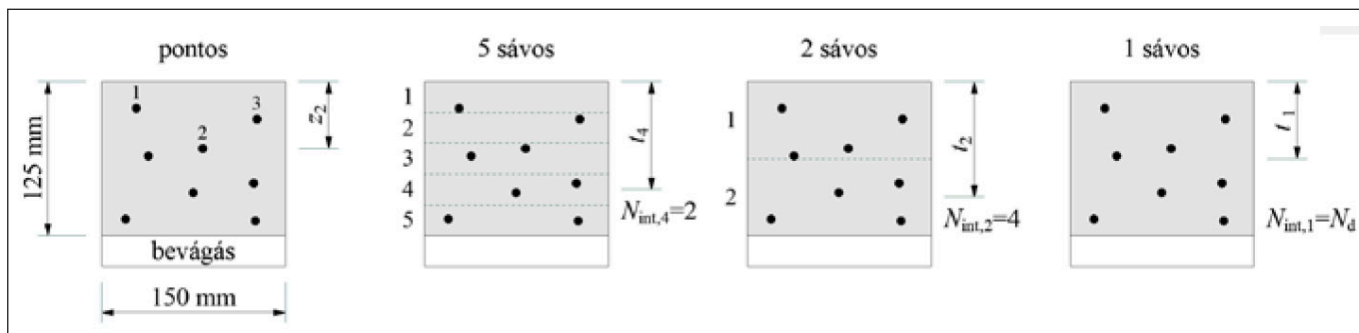
A gerenda félbetörése után a szálak egy része kihúzódott, míg egy része elszakadt. Acélszálak esetében jellemzően kihúzódtak a szálak, míg szintetikus szálak esetében egy részük kihúzódott, míg egy részük elszakadt. A szálak lehorgonyzását és a keresztmetszettel bezárt szöveget figyelmen kívül hagytuk. A szál pozíciójának azt a pontot tekintettük, ahol a szál a keresztmetszeten áthaladt. A kihúzódott szálak meghatározása pontosabb volt, mint a szakadt szálaké. Az elszakadt szálak esetében a szakadás történhetett a betonon kívül eső szál-részen, vagy a betonon belül. A betonban elszakadt szálak esetében csak az egyik oldalon volt látható a szál, ami további pontatlan számoláshoz vezethet. A szálak helyenként csoportosultak, amelyek ugyancsak megnehezítették a megszámlálásukat.

A méréseink célja a szálnyomatékok meghatározása volt, melyet minden gerendára meghatároztunk. A számításba a kihúzódott szálak teljes értékkel kerülnek bele, de a szakadt szálaknál figyelembe kell venni, hogy mindkét keresztmetszeten megjelennek, azaz a darabszám meghatározásnál feles értékkel számítottuk. A pontos mérés rendkívül időigényes feladat, azonban a sávós módszerrel a folyamat leegyszerűsödik. A sávós módszer lényege, hogy a keresztmetszetet sávokra osztjuk és megszámlaljuk a szálak darabszámát a sávokban ($N_{int,i}$), majd ezen szálak nyomott zónától mért távolságának a nyomott zóna és a sáv középpontjának távolságát vesszük (t_i) (4. ábra). A sávok számának növelésével a sávós módszerrel számolt szálnyomaték a pontos szálnyomatékhoz tart. Vizsgálatunknál 5 sávós, 2 sávós és 1 sávós módszerrel határoztuk meg a szálnyomatékokat. A pontos szálnyomaték meghatározása a (8) alapján történik, míg a sávós módszerrel az alábbi módon:

$$S_{f,test,s} = \sum_{i=1}^s N_{int,i} t_i \quad (12)$$

ahol i a sáv száma, $N_{int,i}$ az i sávban levő szálak darabszáma, és s a sávok számát jelenti.

A jelen vizsgálatnál összehasonlítjuk a pontos, illetve az 5, 2 és 1 sávós módszerrel meghatározott szálnyomatékokat. Fontos megjegyezni, hogy az 1 sávós módszernél a szálak elhelyezkedése nem befolyásolja a szálnyomaték értékét, illetve, egyenletes eloszlást feltételez. Ennek megfelelően az 1 sávós módszernél számolt szálnyomaték az adott keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámához tartozó ideális szálnyomaték értékeként is felfogható.



4. ábra: Szálynomatékok meghatározása különböző pontossággal

4. KEVERÉSI MODELL ÉS LABORATÓRIUMI EREDMÉNYEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

4.1. Keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma

A keresztmetszeten áthaladó szálak középértékét az (5) alapján meghatároztuk, majd a kísérlet során minden gerendánál megszámoltuk. A két értéket adagolásonként oszlopdiaagramokban a 5. ábrán ábrázoltuk.

Meghatároztuk a modell (cv_m) és a minta (cv_p) relatív szórását, amelyet az 4. táblázatban mutatunk be.

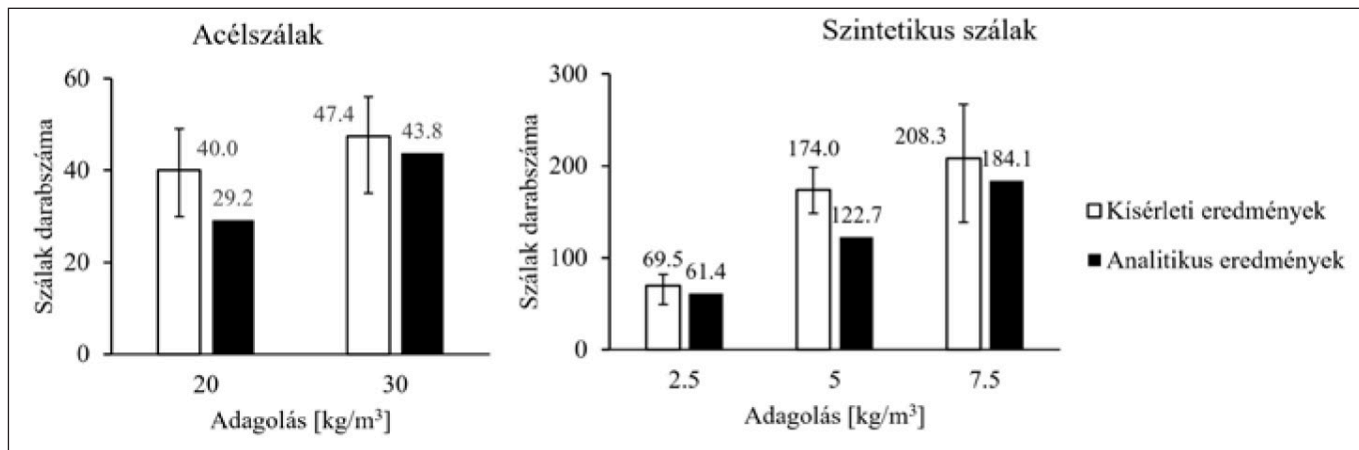
Megállapítható, hogy a keverési modellel meghatározott keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma minden esetben kisebb volt, mint a kísérletek alapján meghatározott értékek. Ennek oka a szálak orientációjának a változása a vibrálás alatt, mely során a gerenda hossztengeleyné irányába orientálódnak.

Acélszálnál 30 kg/m³-es adagolásnál az analitikus érték jól közelítette a kísérleti értéket, míg 20 kg/m³-es adagolásnál a legkisebb egyedi érték is magasabb volt, mint az modell eredménye. Ugyanakkor az is jól látható, hogy a 20 és 30 kg/m³-es adagolás között is elenyésző a különbség. Ennek oka szintén a gerendák készítésében keresendő: míg a vibrációs idő azonos volt mindkét esetben, a nagyobb adagolásnál feltételezhetően kevésbé orientálódtak a szálak, míg a kisebb adagolásnál a vibrálás hatása jelentősebb volt.

Szintetikus szálak esetében a 2,5 és 7,5 kg/m³-es adagolásnál is jól közelítette a modell a kísérleti eredményeket, az 5,0 kg/m³-es adagolásnál viszont számottevően kisebb értéket adott. A szálak növelésével a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszáma arányosan kell, hogy nőjön. Ha a 2,5 kg/m³-es adagolást vesszük alapul, akkor annak 2-szerese 139 szál lenne, míg 3-szorosa 208,5 szál. Az 5 kg/m³-es adagolás ennél jóval magasabb, míg a 7,5 kg/m³-es adagolás nagyon közel áll hozzá. Így az 5,0 kg/m³-es adagolás eltérése a modell eredménytől megindokolható.

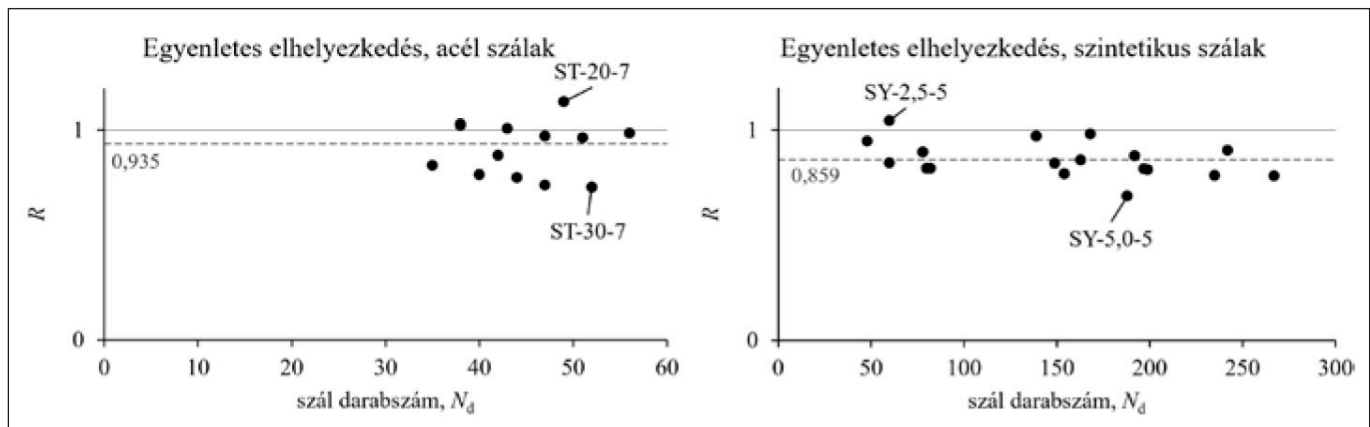
A keverési eredmény relatív szórása a szálak darabszámának növekedésével csökken, ugyanakkor ez nem mondható el a

5. ábra: A vizsgált keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámának középértéke és terjedelme, a keverési modell középértéke, acél és szintetikus szálak esetén



4. táblázat: Modell és minta relatív szórása

Szál és adagolás	Szálak N darabszáma V térfogatban	cv_m , modell relatív szórása (7)	cv_p , minta relatív szórása
acél – 20 kg/m ³	58,38	13,1	14,5
acél – 30 kg/m ³	87,58	10,7	14,2
szintetikus – 2,5 kg/m ³	122,72	9,0	18,5
szintetikus – 5,0 kg/m ³	245,45	6,4	12,2
szintetikus – 7,5 kg/m ³	368,17	5,2	23,8



6. ábra: A szálak egyenletes elhelyezkedése a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámának függvényében, acél és szintetikus szálak esetében

kísérleti eredményeknél. Acélszálak esetében nagyságrendileg azonos, míg szintetikus szálak esetében az 5,0 kg/m³-es adagolásnál a legkisebb a relatív szórás, 7,5 kg/m³-es adagolásnál a legnagyobb. A modell relatív szórásának értéke jelentősen eltér a kísérleti eredményektől, ugyanakkor meg kell jegyezni, hogy a mintaszám ehhez a statisztikai kiértékeléshez alacsony volt.

4.2. Keresztmetszeten áthaladó szálak egyenletes elhelyezkedése

A keresztmetszeten áthaladó szálak egyenletes elhelyezkedését jól jellemzi a Clark-Evans féle R mérőszám, amelyet minden keresztmetszetre meghatároztunk a (10) képlet alapján. Az eredményeket az 6. ábrán szemléltetjük, mind acél és szintetikus szálak esetén.

Az ábrán jól látható, hogy az egyenletes elkeveredés jellemzésére használt R értéke nem függ a keresztmetszeten áthaladó szálak darabszámától, középértéke acélszálak esetében $R_{acél}=0,935$; míg szintetikus szálak esetében $R_{szintetikus}=0,859$ volt. A keresztmetszeten áthaladó szálak dőfpontjainak

egyenletes elhelyezkedése azonban függ a szálak egyenletes elkeveredésétől, mely pedig további betontechnológiai paraméterektől. Ennek vizsgálata további kutatásokat igényel.

4.3. Szálynomatékok meghatározása

Az egyes gerendákhoz tartozó szálynomatékokat és a sávos módszerrel meghatározott szálynomatékok százalékos eltérését a pontos szálynomatéktól az 5. és 6. táblázatban adtuk meg. Acélszálak esetén az 1 sávos szálynomatéknál az eltérés -16% és +63% között van, míg szintetikus szálaknál -11% és +59% között van. A 2 sávos módszernél a maximális eltérések acélszálak esetén -5 és +13% között voltak, míg szintetikus szálak esetén -6 és +16% között. Az 5 sávos módszernél a maximális eltérés 3% alatt van acélszálak esetén, míg szintetikus szálaknál 7% alatt.

Mivel az 1 sávos módszernél feltételezzük a szálak egyenletes eloszlását, így a pontos szálynomaték és az 1 sávos szálynomaték közötti eltérés a szálak z irányú egyenetlen elhelyezkedésére is utal.

A szálak egyenletes elhelyezkedésével várható, hogy a

5. táblázat: Különböző pontosságú szálynomatékok és azok eltérése acélszálak esetén

Szál típus és adagolás	Gerenda sorszám	Szálynomatékok [mm] és eltérések [%]						
		pontos	5 sávos			2 sávos		1 sávos
acélszál, 20 kg/m ³	1	2976	2925	-1,72	2813	-5,50	2500	-16,00
	2	2249	2275	+1,17	2375	+5,62	2375	+5,62
	3	2509	2538	+1,15	2469	-1,59	2688	+7,13
	4	2447	2425	-0,91	2438	-0,40	2375	-2,95
	5	2877	2925	+1,66	2813	-2,25	2625	-8,76
	6	3535	3538	+0,08	3813	+7,87	3063	-13,35
	7	1995	2050	+2,76	2063	+3,39	1875	-6,01
acélszál, 30 kg/m ³	1	2716	2763	+1,70	2906	+7,00	2938	+8,15
	2	3502	3525	+0,65	3563	+1,72	3500	-0,06
	3	3565	3563	-0,07	3656	+2,56	3188	-10,59
	4	2441	2425	-0,65	2500	+2,42	2750	+12,66
	5	3143	3138	-0,19	3031	-3,57	2938	-6,55
	6	2438	2413	-1,03	2344	-3,85	2188	-10,26
	7	1987	2000	+0,67	2250	+13,26	3250	+63,60

6. táblázat: Különböző pontosságú szálynyomatékok és azok eltérése szintetikus szálak esetén

Száltípus és adagolás	Gerenda sorszám	Szálynyomatékok [mm] és eltérések [%]						
		pontos	5 sávós		2 sávós		1 sávós	
szintetikus, 2,5 kg/m ³	1	5227	5344	+2,23	5266	+0,73	5031	-3,75
	2	4679	4588	-1,95	5031	+7,54	5125	+9,54
	3	4128	4119	-0,23	4047	-1,97	3781	-8,41
	4	5309	5369	+1,13	5328	+0,36	4781	-9,94
	5	4374	4481	+2,46	4609	+5,39	4281	-2,11
	6	1921	2050	+6,73	2219	+15,51	3063	+59,44
szintetikus, 5,0 kg/m ³	1	9768	9775	+0,08	9969	+2,06	9625	-1,46
	2	11191	11225	+0,31	11375	+1,65	11938	+6,67
	3	8956	8994	+0,42	9516	+6,25	10219	+14,10
	4	9395	9675	+2,98	10719	+14,08	11813	+25,73
	5	13088	13150	+0,48	13531	+3,39	12375	-5,45
	6	8332	8406	+0,89	8516	+2,20	9281	+11,39
szintetikus, 7,5 kg/m ³	1	8386	8500	+1,37	8313	-0,87	8688	+3,60
	2	11181	11206	+0,22	10516	-5,95	12094	+8,16
	3	11412	11838	+3,73	13281	+16,38	14938	+30,89
	4	16082	15938	-0,90	16625	+3,38	16688	+3,77
	5	11834	11775	-0,50	11313	-4,41	10500	-11,27
	6	14768	14763	-0,04	15750	+6,65	15188	+2,84

szálynyomaték az adott szál darabszámhoz tartozó ideális szálynyomatékhoz közelít. Ezek kapcsolatát vizsgáljuk a 8. ábrán, ahol az ideális (1 sávós) szálynyomatéktól való eltérés abszolút értékét és az egyenletes elkeveredés kapcsolatát ábrázoljuk. Jól látható, hogy nincs erős összefüggés az elkeveredés és az ideális szálynyomatéktól való eltérés között. Szintetikus szálaknál a SY-2,5-6 jelzésű gerenda elkeveredése egyenletesnek mondható, ugyanakkor az ideális szálynyomatéktól jelentős mértékben eltér. Acélszálaknál az ST-30-7 jelzésű gerenda esetén az elkeveredés gyenge és az ideális szálynyomatéktól való eltérés is jelentős. A legjobb értékekkel rendelkező gerendák az ST-20-7 és SY-2,5-5 jelzésűek, melyek esetében mind az eloszlás egyenletes, mind pedig a szálynyomaték közel áll az ideálishoz. Néhány gerenda keresztmetszetét és az elhelyezkedő szálakat a 9. ábrán ábrázoltuk.

4.4. Maradó feszültségek és szálynyomatékok összefüggései

A szálynyomatékok és maradó feszültségek összefüggéseit diagramon ábrázoltuk mind acél, mind szintetikus szálak esetében (10. és 11. ábra).

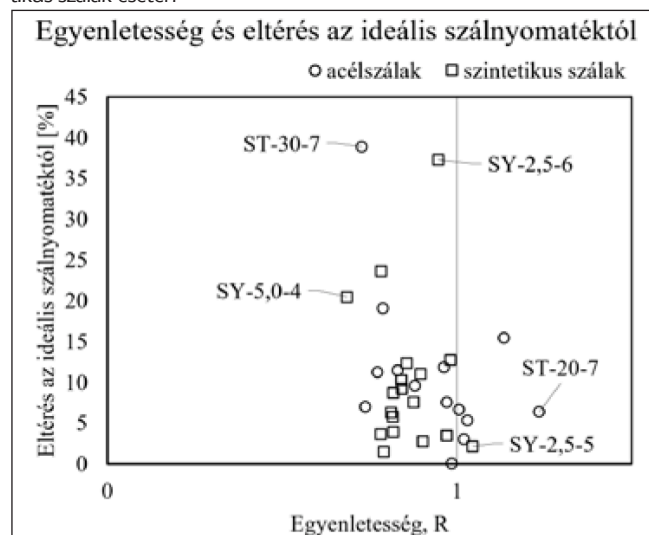
Mindkét szálytípus esetén jól láthatóan lineáris összefüggés van a szálynyomaték és a maradó szilárdság között. Az is megállapítható, hogy a pontosabb módszerrel számolt szálynyomatékok esetében az egyenestől való eltérés kisebb, melyet a korrelációs együtthatóval lehet számszerűsíteni. Ezeket az együtthatókat a 7. táblázatban közöljük.

A fentiek alapján megállapítható, hogy a pontos és az 5 sávós szálynyomatékok esetén a korrelációs együttható minden esetben 0,9 érték felett volt, amely nagyon erős egyezést jelent. Ezek alapján kijelenthető, hogy a szálynyomatékok és a maradó szilárdságok között erős lineáris kapcsolat van.

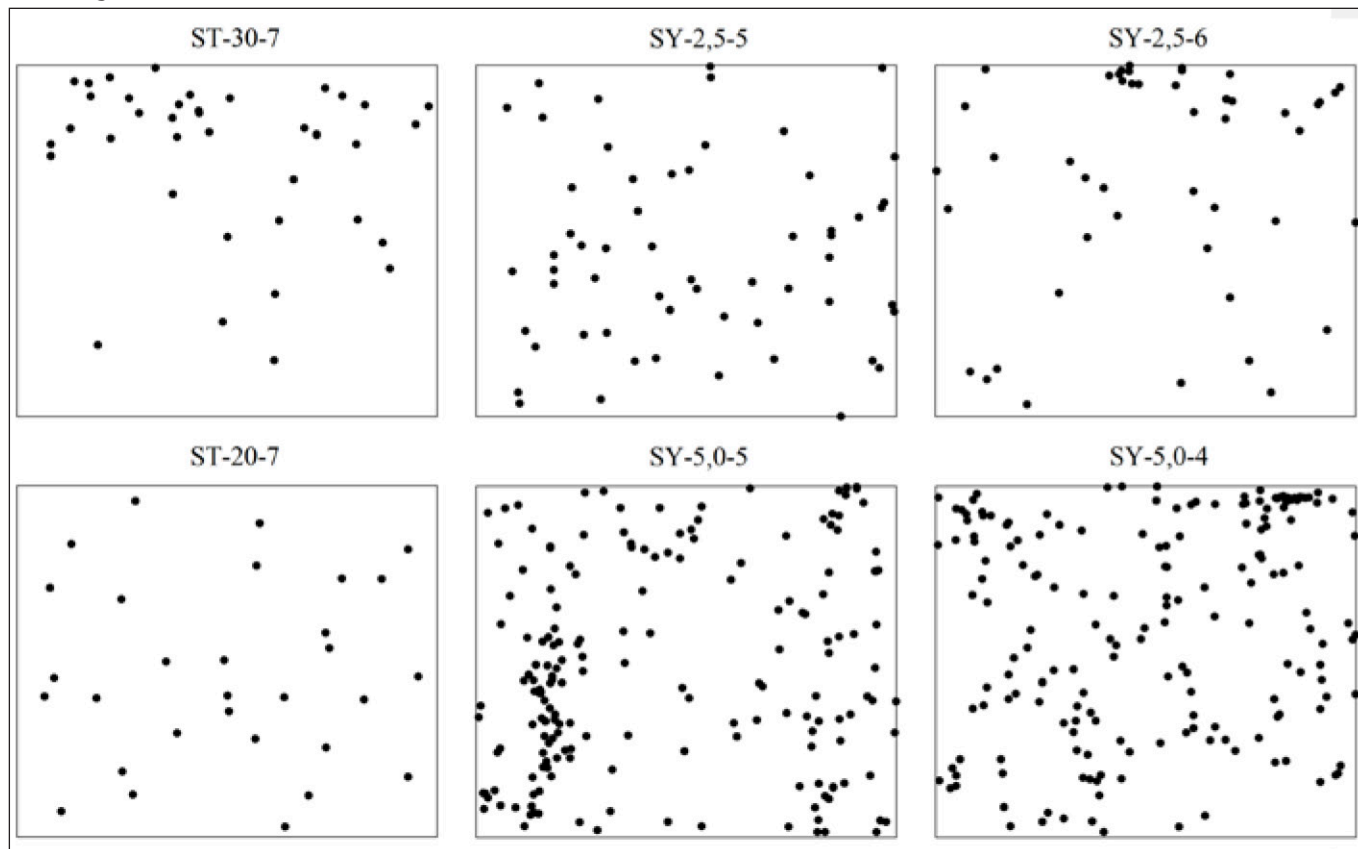
5. SZÁLERŐSÍTÉSŰ GERENDATESZT KIÉRTÉKELÉSÉNEK LEHETSÉGES ÚJ IRÁNYA

Az elvégzett szabványos vizsgálatok a szálerősítésű betonok anyagparamétereinek meghatározására szolgálnak. A vizsgálatok tapasztalatai alapján megállapítható, hogy az eredmények szórása igen nagy, ami összhangban van a hasonló irodalmi és laboratóriumi eredményekkel. Tervezési anyagparaméterek meghatározásánál a hivatkozó szabványok (ISO 2394, EN 1990:2011) normális eloszlást feltételezve statisztikai módszerrel határozzák meg a karakterisztikus értéket (5%-os alsó kvantilis) a következő módon:

8. ábra: a szál darabszám és szálynyomaték összefüggése acél és szintetikus szálak esetén



9. ábra: gerenda keresztmetszetek



7. táblázat: Szálynomaték és maradó szilárdság közötti korrelációs együtthatók

Számítási módszer	Korrelációs együttható, r							
	acélszálak				szintetikus szálak			
	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$	$f_{R,1}$	$f_{R,2}$	$f_{R,3}$	$f_{R,4}$
pontos	0,919	0,952	0,945	0,923	0,969	0,978	0,970	0,984
5 sávós	0,909	0,945	0,937	0,914	0,965	0,975	0,968	0,983
2 sávós	0,879	0,917	0,906	0,881	0,949	0,961	0,956	0,974
1 sávós	0,607	0,672	0,695	0,712	0,918	0,933	0,931	0,951

$$f_{R,i,k} = f_{R,i,m} (1 - k_n V_x) = f_{R,i,m} - k_n s_x \quad (13)$$

ahol:

- $f_{R,i,k}$ = maradó szilárdság karakterisztikus értéke, MPa
- $f_{R,i,m}$ = a maradó szilárdság középértéke, MPa,
- V_x = $s_x / f_{R,i,m}$, a variációs koefficiens,
- s_x = minta szórása, MPa,
- k_n egy mintaszámtól függő tényező a 8. táblázat alapján.

A karakterisztikus értékek meghatározásánál az értékek nagyban függenek a minták számától és az eredmények szórásától. Bizonyos esetekben a $k_n s_x$ tag miatt a karakterisztikus érték akár negatív is lehet, ami nem alkalmas mérnöki számításokhoz (Juhász, 2020). Az eredmények nagy szórásának oka azonban sok esetben egyes gerendák törési felületén a szálak egyenetlen elhelyezkedése, mely

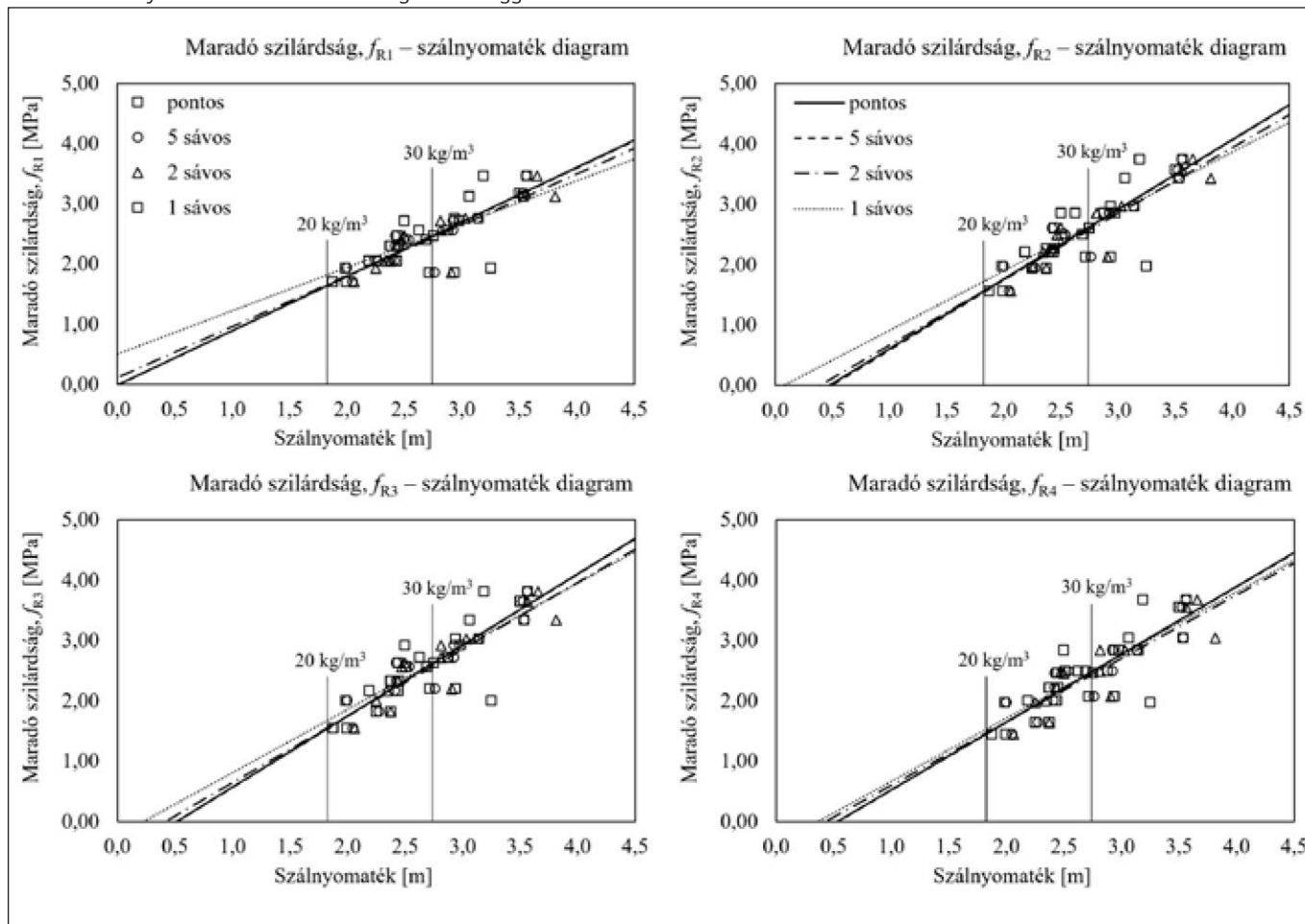
következtében a szálynomaték jelentősen megnő, vagy épp lecsökken. A szálynomaték figyelmen kívül hagyása az eredmények kiértékelésénél és a karakterisztikus eredmények meghatározásánál szignifikánsan alacsonyabb értékeket eredményez. A vizsgálatnál használt kis méretű gerendában elhelyezkedő szálak a vibráláskor a gerenda hossz tengelye irányába orientálódnak, mely következtében a keresztmetszeten több szál helyezkedik el, mint nagy méretű szerkezetek betonozásakor. A keverési modell és a belőle származtatott ideális szálynomaték használatával mind a kedvező, mind a kedvezőtlen hatások kiküszöbölhetőek, és a mérnöki munkához egy valósághoz közelebb álló anyagparamétert határozhatunk meg.

A karakterisztikus értékek meghatározásának pontos módszere Juhász (2020) publikációjában került részletes bemutatásra.

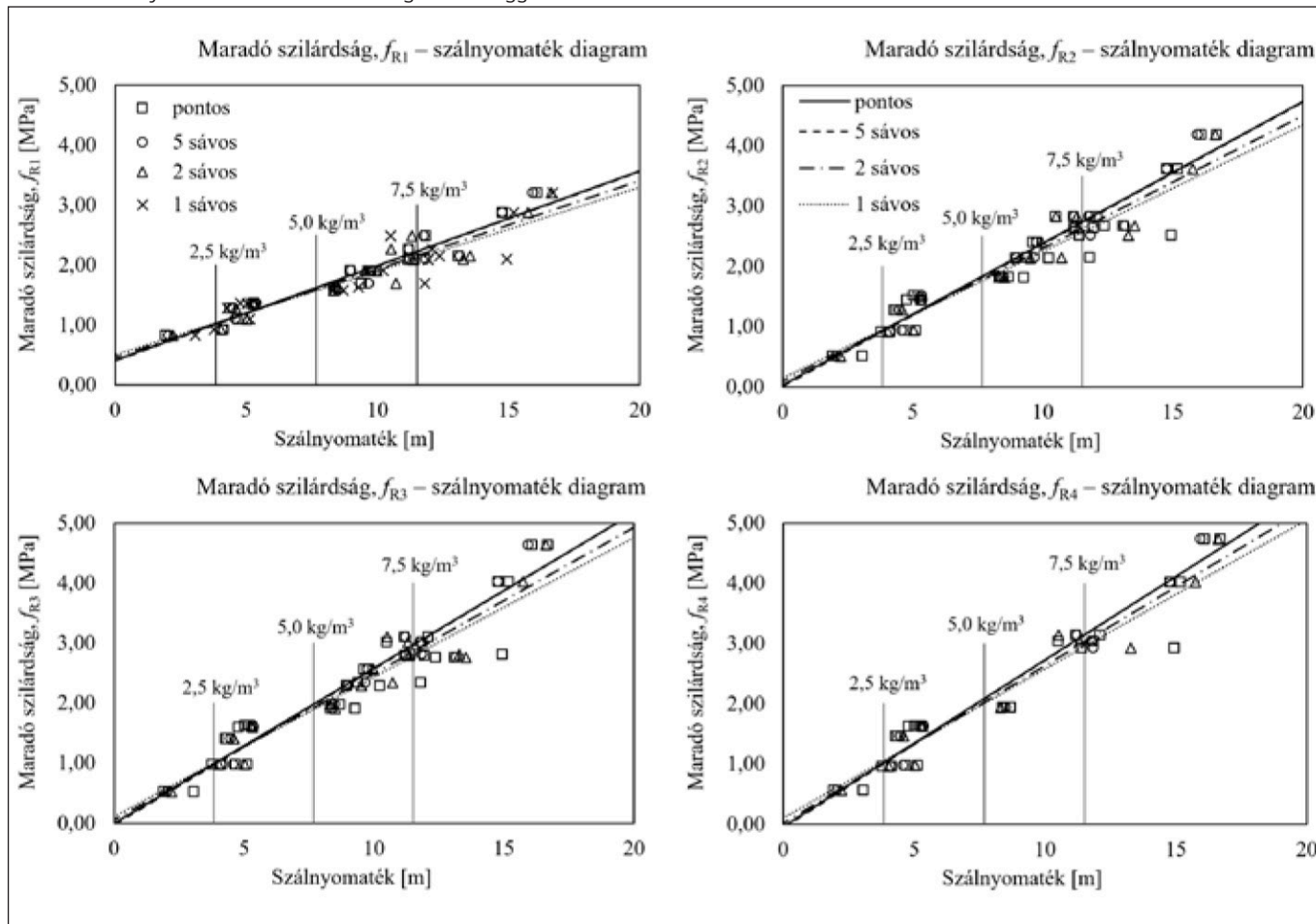
8. táblázat: k_n értékei, EN 1990:2011 alapján

n	1	2	3	4	5	6	8	10	20
V_x ismert	2,31	2,01	1,89	1,83	1,80	1,77	1,74	1,72	1,68
V_x nem ismert	-	-	3,37	2,63	2,33	2,18	2,00	1,92	1,76

10. ábra: szálynomaték és maradó feszültségek összefüggései acél szálak esetén



11. ábra: szálynomaték és maradó feszültségek összefüggései szintetikus szálak esetén



6. MEGÁLLAPÍTÁSOK

Egyre több tervező használja ki a szálerősítésű beton előnyeit a tervezési során, köszönhetően az irányelvekben megjelent tervezési módszereknek. Leginkább ipari padlóknál és alagútszerkezetekben használják, de egyre elfogadottabb út- és vasúti pályalemezekben is, mint elsődleges erősítés, illetve kiegészítő erősítésként vasbeton szerkezeteknél. A szálerősítésű beton anyagparamétereinek meghatározásához az EN 14651 szabvány által előírt hárompontos gerenda hajlítási tesztet használunk. Az eredmények szórása még a nagy gondossággal előállított és tesztelt gerendák esetén is jelentős. A szórás fő oka a kis méretű referencia keresztmetszeten elhelyezkedő szálak darabszáma és pozíciója. A keresztmetszet növelésével ez a szórás csökken, mely analitikusan és kísérletileg is igazolható. A szálerősítésű beton lemezszerű szerkezetekben való felhasználásakor a dolgozó keresztmetszet méretéből adódóan ez a szórás csökken, így a gerenda vizsgálat nem ad megfelelően reprezentatív eredményt az anyagparaméterekre. A karakterisztikus értékek megállapításakor a jelentős szórás szignifikánsan lecsökkentheti a maradó feszültségi értékeket, a számítási módszerből adódóan akár az értékek negatívak is lehetnek. A túlzóan alacsony, illetve negatív karakterisztikus értékekkel a tervező mérnök nem tudja kihasználni a szálerősítésű beton előnyeit, ami gazdaságtalan tervezéshez vezet. *A kiértékelés során így a szálak elhelyezkedésének hatását nem szabad figyelmen kívül hagyni.*

Jelen cikkben definiáljuk a kiértékelési módszer során figyelembe vehető szálnyomatékokat, amely a keresztmetszeten elhelyezkedő szálak jellemzésére szolgál. Vizsgáljuk a különböző módszerekkel meghatározott szálnyomatékok pontosságát és a szálak keresztmetszeten való elhelyezkedésének egyenletességét. A vizsgálatokból jól látható, hogy erős lineáris összefüggés van a szálnyomaték és a maradó szilárdságok között, amely figyelembevételével egy új, pontosabb kiértékelési módszerhez jutunk. A szálnyomaték sávós módszerrel való meghatározása nem igényel túlzott labormunkát, ugyanakkor megfelelően pontos eredményt szolgáltat, segítségével a valósághoz közelebb álló, pontosabb és ezáltal gazdaságosabb anyagparaméterek határozhatóak meg.

7. HIVATKOZÁSOK

- ACI Com 544 (2009), „544.1R-96: Report on Fiber Reinforced Concrete (Reapproved 2009)” *ACI*, Farmington Hills, MI
- Alberti M. G., Enfedaque A. és Gálvez, J. C. (2017), „On the prediction of the orientation factor and fibre distribution of steel and macro-synthetic fibres for fibre-reinforced concrete”, *Cement and Concrete Composites*, 77, pp. 29–48, <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2016.11.008>
- Balaguru, P. N. és Shah, S. P. (1992), „Fiber-Reinforced Cement Composites”, *McGraw-Hill*, New York
- Barros, J. A. O., Cunha, V. M. C. F., Ribeiro, A. F. és Antunes, J. A. B. (2005), „Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete”, *Materials and Structures* 38, pp. 47–56. <https://doi.org/10.1007/BF02480574>
- Bernard, E. S. (2013), „Development of a 1200-mm-Diameter Round Panel Test for Post-Crack Assessment of Fiber-Reinforced Concrete”, *Advances in Civil Engineering Materials* 2, no. 1, pp. 457–471, <https://doi.org/10.1520/ACEM20120021>
- Bernard, E. S. és Xu, G. G. (2007), „Statistical Distribution of Fiber-Reinforced Concrete Beam Test Data” *Journal of ASTM International* 4, no. 3: pp. 1–12, <https://doi.org/10.1520/JAI100774>
- Cavalero, S. H. P. és Aguado, A. (2015), „Intrinsic Scatter of FRC: An Alternative Philosophy to Estimate Characteristic Values”, *Materials and Structures* 48, no. 11: pp. 3537–3555, <https://doi.org/10.1617/s11527-014-0420-6>
- Dupont, D. és Vandewalle, L. (2005), „Distribution of steel fibres in rectangular

- sections”, *Cement & Concrete Composites* 27, pp. 391–398, <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2004.03.005>
- Ekstrom, C. T. és Sørensen, H. (2014), „Introduction to Statistical Data Analysis for the Life Sciences”, *Chapman and Hall/CRC*, New York, <https://doi.org/10.1201/b17625>
- fib Special Activity Group 5 (2012), *Model Code 2010 - Final Draft, Volume 1, fib Bulletin no. 65*, International Federation for Structural Concrete, Lausanne, Switzerland, <https://doi.org/10.35789/fib.BULL.0065>
- Gopalratnam, V. S., Shah, S. P., Batson, G., Criswell, M., Ramakishnan, V. és Wecharatana, M. (1991), „Fracture Toughness of Fiber Reinforced Concrete”, *ACI Materials Journal* 88, no. 4: pp. 339–353, <https://doi.org/10.14359/1840>
- Juhász K. P. (2013), „Sztetikus makro szálerősítésű beton gerendavizsgálatok kiértékelése a valós száleloszlás vizsgálata alapján”, *Anyagvizsgálók lapja*, Vol. 23, No. 3–4, pp. 93–97.
- Juhász K. P. (2018a), „The effect of synthetic fibre reinforcement on the fracture energy of the concrete”, *Doktori disszertáció*, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, <https://repositorium.omikk.bme.hu/handle/10890/13111>
- Juhász, K. P. (2018b), „Acél és sztetikus szálak orientációjának meghatározása szálerősítésű betonban”, *Építés-Építészettudomány*, Vol. 46, No. 1–2, pp. 221–238, <https://doi.org/10.1556/096.2017.007>
- Juhász K. P. (2020), „A proposed evaluation method for three-point beam tests of fiber-reinforced concrete”, *ASTM Journal of Testing and Evaluation*, Volume 49, Issue 5, <https://doi.org/10.1520/JTE20190782>
- Kollár L. P., Springer, G. S. (2003), „Mechanics of Composite Structures”, *Cambridge University Press, Cambridge, UK*, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511547140>
- MSZ EN 12390-1:2021, „A megszilárdult beton vizsgálata. 1. rész: A próbatestek és sablonok alak-, méret- és egyéb követelményei”
- MSZ EN 12390-2:2019, „A megszilárdult beton vizsgálata. 2. rész: Szilárdságvizsgálati próbatestek készítése és tárolása”
- MSZ EN 12390-4:2020, „A megszilárdult beton vizsgálata. 4. rész: Nyomószilárdság. Előírások a vizsgálóberendezésekre”
- MSZ EN 14651:2005+A1:2008, „Fémshálós beton vizsgálati módszere. A hajlító-húzó szilárdság mérése [arányossági határ (LOP), maradó hajlító-húzó szilárdság]”
- MSZ EN 14845-1:2008, „Betonban lévő szálak vizsgálati módszerei. 1. rész: Referenciabetonok”
- MSZ EN 1766:2017, „Termékek és rendszerek a betonszerkezetek védelmére és javítására. Vizsgálati módszerek. Referenciabetonok vizsgálathoz”
- Naaman, A. E. (1972), „A statistical theory of strength for fiber reinforced concrete”, *Doctoral thesis, Massachusetts Institute of Technology*
- Santaló, L. A. (1976), „Integral Geometry and Geometric Probability, Encyclopedia of Mathematics and its Applications 1”, Addison-Wesley, Reading, MA.
- Stroven, P. (2010), „Methodology of modelling fiber reinforcement in concrete elements” B. H. Oh et al., (editors) *Fracture mechanics of concrete structures - high performance, fiber reinforced concrete, special loadings and structural applications*. Korea Concrete Institute, Seoul, pp. 1418–1424.

Dr. Juhász Károly Péter (1980), okleveles építészmérnök, tartószerkezeti vezető tervező, tartószerkezeti szakértő, betontechnológus szakmérnök. Fő kutatási területe a szálerősítésű betonok anyagvizsgálata és modellezése. Tulajdonos és vezető mérnök a JKP Static Kft-nél. Tagja a *fib* 2.4.2 munkacsoportnak.

Tuza Tímea (1996), okleveles szerkezet-építőmérnök, laborvezető-helyettes a JKP Static Kft-nél.

EFFECT OF THE CROSS-SECTIONAL LOCATION OF DISCRETE FIBRES IN THE EVALUATION OF FIBRE-REINFORCED CONCRETE BEAMS

Károly Péter Juhász – Tímea Tuza

Fibre-reinforced concrete is a composite material where the primary function of the fibres mixed in the concrete is to increase the ductility of the concrete. The material properties of the composite depend on the mechanical properties of the concrete matrix and the mixed fibres, but also on the relationship between the matrix and the fibres. The most widely used test to determine the material parameters of fibre-reinforced concrete is the three-point bending beam test, which can be used to determine the residual strengths at specific CMOD values. The coefficient of variation of the residual test results is usually high, which is due to the relatively small size of the specimen and the random location of the fibres. This paper examines the results of beam tests with steel and synthetic macrofibre reinforced concretes by analysing the number and position of fibres intersecting the fracture cross-section and their effects on the residual flexural-tensile strength.